نام و نام خانوادگی: مهرانه الماسی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ کلاس یازدهم تجربی

۱

$f(x)=3^{Ax+B} \qquad y=x^2 \xrightarrow{x=1} 3^{A+B}=1 \qquad A+B=0$

$\xrightarrow{x=3} 3^{3A+B}=9 \qquad 3A+B=2$

$\begin{cases} A=1 \\ B=-1 \end{cases}$

$3^{Ax+B} \longrightarrow 3^{x-1}$ نقطه تلاقی با محور yها $x=0$ $\quad 3^{-1}=\boxed{\frac{1}{3}}$

۲

$\log_2(4^x+15)=x+3 \qquad 2^{(x+3)}=4^x+15 \qquad \underbrace{2^x}_{t}\times \underbrace{2^3}_{8}=(\underbrace{2^x}_{t})^2+15 \xrightarrow{2^x=t}$

$8t=t^2+15 \qquad t^2-8t+15=0 \qquad (t-5)(t-3)=0$

$\xrightarrow{t=5} 2^x=5 \quad x=\log_2 5 \qquad \xrightarrow{t=3} 2^x=3 \quad \log_2 3$

$\log_2 5+\log_2 3=\log_2 (5\times 3)=\boxed{\log_2 15}$

۳

$(\log_{21} 3)^2+\underbrace{\log_{21} 147}\times\log_{21} 1323 \longrightarrow \log_{21} (3\times(21)^2)=2\log_{21} 21+\log_{21} 3=2+\log_{21} 3$

$\log_{21} (21\times 7)=\log_{21} 21+\log_{21} 7=1+\log_{21} 7=1+\log_{21} \frac{21}{3}=1+\log_{21} 21-\log_{21} 3=2-\log_{21} 3$

$\rightarrow (\log_{21} 3)^2+\underbrace{(2-\log_{21} 3)(2+\log_{21} 3)}_{4-(\log_{21} 3)^2}=(\log_{21} 3)^2+4-(\log_{21} 3)^2=\boxed{4}$

۴

$\underbrace{\log (x^2-2x+1)}+3\log(1-x)=5$

$x^2-2x+1=(x-1)^2=(1-x)^2 \longrightarrow 2\log(1-x)+3\log(1-x)=5 \longrightarrow$

$5\log(1-x)=5 \qquad \log(1-x)=1 \qquad 1-x=10 \qquad x=-9$

$\log_3(-x) \xrightarrow{x=-9} \log_3 9=\boxed{2}$

۵

$\log_2(x^2+2x+4)+\log_2(x-2)=3 \rightarrow \log_2 (x^2+2x+4)(x-2)=3 \longrightarrow$

$\log_2 (x^3-8)=3 \rightarrow x^3-8=8 \qquad x^3=16 \qquad x=\sqrt[3]{16}=2^{\frac{4}{3}}$

$\log_{\sqrt[3]{2}} x \xrightarrow{x=2^{\frac{4}{3}}} \log_{2^{\frac{1}{3}}} 2^{\frac{4}{3}}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}}\log_2 2=4\times 1=\boxed{4}$

۶

$$\log(۲-x) - \underbrace{\log\frac{۱}{(x-۲)^{۲}}} = ۳$$

$$\frac{۱}{(x-۲)^{۲}} = \frac{۱}{(۲-x)^{۲}} = (۲-x)^{-۲} \longrightarrow \log(۲-x) - \log^{(۲-x)^{-۲}} = ۳ \longrightarrow$$

$$\log(۲-x) + ۲\log(۲-x) = ۳ \quad ۳\log(۲-x) = ۳ \quad \log(۲-x) = ۱ \quad ۲-x = ۱۰ \quad x = -۸$$

$$\log_{\sqrt{۲}}^{(-x)} \xrightarrow{x=-۸} \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^{۳}} = \frac{۳}{\frac{۱}{۲}}\log_{۲}^{۲} = ۶\times۱ = \boxed{۶}$$

۷

$$۳^{(x^{۲}-۲)} = ۸۱^{x} \longrightarrow ۳^{(x^{۲}-۲)} = ۳^{۴x} \quad x^{۲}-۲ = ۴x \quad x^{۲}-۴x-۲ = ۰ \longrightarrow$$

$$\Delta = (-۴)^{۲} - ۴\times۱\times-۲ = ۲۴ \quad x = \frac{۴\pm\sqrt{۲۴}}{۲} = \frac{۴\pm۲\sqrt{۶}}{۲} = \frac{۲(۲\pm\sqrt{۶})}{۲} = ۲\pm\sqrt{۶}$$

$$\log_{۶}^{(x-۲)} \xrightarrow{x=۲+\sqrt{۶}} \log_{۶}^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \log_{۶}^{\sqrt{۶}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

$$\xrightarrow{x=۲-\sqrt{۶}} \log_{۶}^{۲-\sqrt{۶}-۲} = \log_{۶}^{-\sqrt{۶}} \quad \times$$

۸

$$\log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸} \quad \log_{۱۸}^{۸} \longrightarrow \log_{۱۸}^{۲^{۳}} = ۳\log_{۱۸}^{۲} \longrightarrow \log_{۱۸}^{۲} = \frac{\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۱۸}} = \frac{\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۳^{۲}\times۲}} \longrightarrow$$

$$\frac{\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۳^{۲}} + \log_{۳}^{۲}} = \frac{\log_{۳}^{۲}}{۲\log_{۳}^{۳} + \log_{۳}^{۲}} = \frac{\log_{۳}^{۲}}{۲+\log_{۳}^{۲}} = \frac{\frac{۵}{۸}}{۲+\frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \boxed{\frac{۵}{۲۱}}$$

۹

$$\log_{۴}^{۳} = ۰{,}۸ \longrightarrow \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳} = \frac{۴}{۵} \quad \log_{۲}^{۳} = \frac{۸}{۵}$$

$$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۲}} = \frac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}}{۲\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}} = \frac{۱+\log_{۲}^{۳}}{۲+\log_{۲}^{۳}} = \frac{۱+\frac{۸}{۵}}{۲+\frac{۸}{۵}} = \frac{\frac{۱۳}{۵}}{\frac{۱۸}{۵}} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$$

۱۰

$$(a\log ۲)x^{۲} + ax + b\log ۲ = ۰ \xrightarrow{x=-۱} (a\log ۲) - a + b\log ۲ = ۰ \longrightarrow$$

$$b\log ۲ = a - a\log ۲ \quad b\log ۲ = a(۱-\log ۲) \quad \frac{b}{a} = \frac{۱-\log ۲}{\log ۲} \xrightarrow{۱=\log_{۱۰}^{۱۰}} \frac{\log^{\frac{۱۰}{۲}}}{\log ۲}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\log ۵}{\log ۲} = \log_{۲}^{۵}$$

$$(\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = ۲^{\frac{۱}{۲}\times\log_{۲}^{۵}} = ۲^{\log_{۲}^{(۵)^{\frac{۱}{۲}}}} = ۲\log_{۲} = \sqrt{۵}^{\log_{۲}^{۲}} = \boxed{\sqrt{۵}}$$