نام و نام خانوادگی .[illegible]..... ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۴.. کلاس ..[illegible]

۱

$f(x) = ۳^{Ax+B}$ $\quad f(۱) = g(۱) \Rightarrow ۳^{A+B} = ۱ = ۳^{۰} \to A+B = ۰$

$g(x) = x^{۲}$ $\quad f(۳) = g(۳) \Rightarrow ۳^{۳A+B} = ۳^{۲} \Rightarrow ۳A+B = ۲ \Rightarrow A = ۱ , B = -۱$ ۴

$(۱ , -۱)$

$f(x) = ۳^{x-۱} \Rightarrow f(۰) = ۳^{-۱} = \frac{۱}{۳}$

$f(x) = ۳^{x-۱} \Rightarrow f(۰) = ۳^{-۱} = \boxed{\frac{۱}{۳}}$

۲

$\log_{۲}^{(۴^{x}+۱۵)} = x+۳ \Rightarrow ۴^{x}+۱۵ = ۲^{x+۳} \Rightarrow (۲^{۲})^{x}+۱۵ = ۲^{x} \times ۲^{۳} \Rightarrow (۲^{x})^{۲}+۱۵ = ۸ \times ۲^{x}$

$۲^{x} = t \Rightarrow t^{۲}+۱۵ = ۸t \Rightarrow t^{۲}-۸t+۱۵ = ۰ \Rightarrow (t-۳)(t-۵) = ۰ \begin{cases} t = ۳ \\ t = ۵ \end{cases}$

$\begin{cases} t = ۳ \Rightarrow ۲^{x} = ۳ \Rightarrow \log_{۲}^{۲^{x}} = \log_{۲}^{۳} \Rightarrow x = \log_{۲}^{۳} \\ t = ۵ \Rightarrow ۲^{x} = ۵ \Rightarrow \log_{۲}^{۲^{x}} = \log_{۲}^{۵} \Rightarrow x = \log_{۲}^{۵} \end{cases}$ ۴

مجموع جواب ها $= \log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۵} = \boxed{\log_{۲}^{۱۵}}$

۳

$(\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + \log_{۲۱}^{(۱۴۷)} \log_{۲۱}^{(۱۳۲۳)}$

$\log_{۲۱}^{۱۴۷} = \log_{۲۱}^{(\frac{۲۱^{۲}}{۳})} = \log_{۲۱}^{(۲۱)^{۲}} - \log_{۲۱}^{۳} = ۲ - \log_{۲۱}^{۳}$ ۴

$\log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = \log_{۲۱}^{(۲۱)^{۲} \times ۳} = \log_{۲۱}^{۲۱^{۲}} + \log_{۲۱}^{۳} = ۲ + \log_{۲۱}^{۳}$

$(\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + (۲-\log_{۲۱}^{۳})(۲+\log_{۲۱}^{۳}) = (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + (۴-(\log_{۲۱}^{۳})^{۲}) = ۴$

۴

$\log_{۱۰}^{x^{۲}-۲x+۱} + ۳\log_{۱۰}^{۱-x} = ۵ \Rightarrow \log^{(x-۱)^{۲}} + ۱۰.\log^{(۱-x)^{۳}} \Rightarrow$

$\log_{۱۰}^{(x-۱)^{۲}(۱-x)^{۳}} = ۵ \Rightarrow (x-۱)^{۲}\overbrace{(۱-x)^{۳}}^{-(x-۱)^{۳}} = ۱۰^{۵} \Rightarrow -(x-۱)^{۵} = ۱۰^{۵} \Rightarrow -(x-۱) = ۱۰$ ۴

$\Rightarrow -x+۱ = ۱۰$

$\Rightarrow x = -۹$

$\log_{۳}^{-x} = \log_{۳}^{-(-۹)} = ۲$

۵

$\log_{۲}^{(x^{۲}+۲x+۴)} + \log_{۲}^{(x-۲)} = ۳ \Rightarrow \log_{۲}^{(x-۲)(x^{۲}+x+۴)} = ۳$

$\Rightarrow \log_{۲}^{x^{۳}-۸} = ۳ \Rightarrow x^{۳}-۸ = ۲^{۳} \Rightarrow x^{۳} = ۱۶ \Rightarrow x = \sqrt[۳]{۱۶}$ ۴

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{x} \Rightarrow \log_{\sqrt[۳]{۲}}^{\sqrt[۳]{۱۶}} = \log_{۲}^{۱۶} = ۴$

۶	$\log(۲-x) - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳ \Rightarrow \log_{۱۰}^{-(x-۲) \div \frac{۱}{(x-۲)^۲}} = ۳ \Rightarrow$ $-(x-۲)^۳ = ۱۰^۳ \Rightarrow -x+۲=۱۰ \Rightarrow x=-۸$ $\log_{\sqrt{۲}}^{-(x)} \xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{جایگذاری}} \log_{\sqrt{۲}}^{۸} \Rightarrow \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۳} \rightarrow \frac{۳}{\frac{۱}{۲}}\log_۲^۲ \Rightarrow ۶ = \log_{\sqrt{۲}}^{-(x)}$ (د)
۷	$۳^{x^۲-۲} = \underbrace{۸۱^x}_{۳^{۴x}} \Rightarrow x^۲-۲=۴x \Rightarrow x^۲-۴x-۲=۰ \Rightarrow \Delta = ۱۶-۴(-۲) = ۲۴$ $x_۱ = \frac{۴-\sqrt{۲۴}}{۲} = \frac{۴-۲\sqrt{۶}}{۲} = ۲-\sqrt{۶}$ غ ق ق $x_۲ = \frac{۴+\sqrt{۲۴}}{۲} = ۲+\sqrt{۶}$ ق ق $\log_۶^{(x-۲)} = \log_۶^{\sqrt{۶}} = \frac{۱}{۲}\log_۶^۶ = \frac{۱}{۲}$ (ج)
۸	$\log_{۱۸}^{۸} = \log_۲^{۲^۳} = ۳$ $\qquad \log_۳^۲ = \frac{۵}{۸}$ $\log_۲^{۱۸} = \log_۲^۲ + \log_۲^۹ = ۱ + ۲\log_۲^۳ \swarrow \frac{۸}{۵}$ $\log_{۱۸}^{۸} = \frac{\log_۲^۸}{\log_۲^{۱۸}} = \frac{۳}{۱+۲(\frac{۸}{۵})} = \frac{۳}{\frac{۲۱}{۵}} = \frac{۳\times۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$ (د)
۹	$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_۴^۶}{\log_۴^{۱۲}} \qquad \log_۴^۶ = \log_۴^۲ + \log_۴^۳ = \log_{۲^۲}۲ + \log_۴^۳ = \frac{۱}{۲} + ۰/۸ = \frac{۱۳}{۱۰}$ $\log_۴^{۱۲} = \log_۴^۴ + \log_۴^۳ = ۱ + ۰/۸ = \frac{۱۸}{۱۰} \Rightarrow \log_{۱۲}^{۶} = \frac{\frac{۱۳}{۱۰}}{\frac{۱۸}{۱۰}} = \frac{۱۳}{۱۸}$ (ج)
۱۰	$a\log^۲ + b\log ۲ = a \Rightarrow b\log^۲ = a - a\log^۲$ یکی از شرط‌ها منفی است پس می‌توان نوشت: $\Rightarrow b\log^۲ = a(۱-\log^۲) \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۱-\log^۲}{\log^۲} = \frac{\log ۱۰ - \log^۲}{\log^۲} = \frac{\log^۵}{\log^۲}$ (د) $\frac{b}{a} = \log_۲^۵$ $\sqrt{۲}^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{۲})^{\log_۲^۵} = ۵^{\log_۲^{\sqrt{۲}}} = ۵^{\frac{۱}{۲}\log_۲^۲} = ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$