ستوده مداری ، شماره تکلیف ، 24 ، « یازدهم دختر B »

۲۰

نمودار یک تابع به صورت $h(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع می کند . عرض نقطه تلاقی تابع h با محور y ها را بیابید؟ 1

$x=1 \rightarrow 1 = 3^{A+B}$ $\quad A+B=0$

$x=3 \rightarrow 9 = 3^{3A+B}$ $\quad 3A+B=2$

$2A = 2 \rightarrow A=1,\ B=-1$ $\quad$ تلاقی $3^{-1} \Rightarrow 1/3$

(۲)

مجموع جواب های معادله $\log_2^{(4^x+15)} = x+3$ را بیابید؟ 2

$\log_2^{(4^x+15)} = x+3 \Rightarrow 4^x + 15 = 2^{x+3} \Rightarrow 2^{2x} - 2^{x+3} + 15 = 0$

$(2^x)^2 - 8 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow 2^x = t \rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-5) = 0$

$t = 3 \Rightarrow 2^x = 3 \Rightarrow x = \log_2^3$

$t = 5 \Rightarrow 2^x = 5 \Rightarrow x = \log_2^5$

$\log_2^3 + \log_2^5 = \log_2^{15}$

(۲)

حاصل عبارت $\log_{21}^{1323} \log_{21}^{147} + (\log_{21}^3)^2$ را بیابید؟ 3

$(\log_{21}^3)^2 + (\log_{21}^7 + \log_{21}^{21})(\log_{21}^3 + 2\log_{21}^{21}) \Rightarrow \log_{21}^7 = 1 - \log_{21}^3$

$(\log_{21}^3)^2 + (2 - \log_{21}^3)(2 + \log_{21}^3) \Rightarrow (\log_{21}^3)^2 + 4 - (\log_{21}^3)^2 = 4$

(۲)

اگر $\log(x^2-2x+1) + 3\log(1-x) = 5$ باشد، مقدار $\log_3^{(-x)}$ را بیابید؟ 4

$\log(1-x)^2 + 3\log(1-x) = 5$ $\quad \log_3^9 = 2$

$5\log(1-x) = 5$

$\log(1-x) = 1$

$1 - x = 10 \Rightarrow x = -9$

(۲)

اگر $\log_2^{(x^2+2x+4)} + \log_2^{(x-2)} = 3$ باشد مقدار $\log_{\sqrt[3]{2}}^x$ را بیابید؟

آکوادین و نمودن $\Rightarrow \log_2^{x^2+2x+4} + \log_2^{x-2} \Rightarrow \log_2^{x^3-8} = 3$

$x^3 - 8 = 8 \Rightarrow x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16}$ $\quad \log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{16}} = \dfrac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} = 4$ 5

(۲)

Scanned with CamScanner

اگر $\log_2(2-m) - \log_2 \frac{1}{(m-2)^2} = 4$ باشد مقدار $\log_{\sqrt{2}}^{(-m)}$ را بیابید؟

$$\log_2^{2-m} - \log_2^{(2-m)^{-2}} = 4 \Rightarrow 4\log_2^{2-m} = 4 \rightsquigarrow \log_2^{2-m} = 1$$ ✓ 6

$$2-m = 10 \Rightarrow m = -8$$

$$\log_{\sqrt{2}}^{+8} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$$

اگر $3^{m^2-2} = 81^m$ باشد $\log_6^{(m-2)}$ را بیابید؟

$$3^{m^2-2} = 3^{4m}$$

$$m^2 - 4m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)^2 = 6 \Rightarrow m-2 = \sqrt{6} \Rightarrow m = 2+\sqrt{6}$$
$$m-2 = -\sqrt{6} \Rightarrow m = 2-\sqrt{6} \rightsquigarrow \text{ق ق ق}$$ 7

$$\log_6^{2+\sqrt{6}-2} = \log_6^{\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$$ ✓

اگر $\log_{24}^2 = \frac{5}{8}$ باشد آنگاه مقدار $\log_{18}^8$ را بیابید؟

$$\log_{18}^8 = \frac{\log_2^8}{\log_2^{18}} = \frac{3}{\log_2^9 + \log_2^2} = \frac{3}{1+2\log_2^3} = \frac{3}{1+2(\frac{5}{8})}$$ ✓ 8

$$\frac{3}{\frac{1}{\frac{21}{5}}} = \frac{5}{7}$$

اگر $\log_4^{18} = 10$ باشد مقدار $\log_{12}^6$ را بیابید؟

$$\log_{12}^6 = \frac{\log_2^6}{\log_2^{12}} = \frac{\log_2^3 + 1}{\log_2^3 + 2} = \frac{1.6+1}{1.6+2} =$$

$$\frac{1}{2}\log_2^3 = \frac{8}{10}$$

$$\log_2^3 = 1.6$$ ✓ 9

$$\frac{2.6}{4.6} = \frac{26}{46} = \frac{13}{18}$$

اگر یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $(a\log 2)m^2 + am + b\log 2 = 0$ برابر -1 باشد. حاصل $(\sqrt{2})^{b/a}$ را بیابید؟

$$m=-1 \rightarrow a\log 2 - a + b\log 2 = 0 \Rightarrow \log 2 = y \rightarrow ay - a + by = 0$$

$$\div a \rightarrow y - 1 + \frac{b}{a}y = 0 \rightarrow y - \frac{b}{a}y = 1 \rightarrow 1 - \frac{b}{a} = \frac{1}{\log 2}$$ ✓ 10

$$1 - \frac{b}{a} = \log_2^{10} \rightarrow 1 - \frac{b}{a} = 1 + \log_2^5 \Rightarrow \frac{b}{a} = -\log_2^5$$

$$\sqrt{2}^{-\log_2^5} = 5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$