(۲۰) B ۱۱ - هلیا عقاری

(۱)

$$3^{Ax+B}=x^2 \xrightarrow{x=1} 3^{A+B}=1 \to A+B=0 \to B=-A \quad ☆$$

$$3^{Ax+B}=x^2 \xrightarrow{x=3} 3^{3A+B}=9 \to 3A+B=2 \xrightarrow{☆} 2A=2 \to A=1$$

(۲)

$B=-1$

$$\Rightarrow 3^{Ax+B}=3^{x-1} \xrightarrow{x=0} 3^{-1}=\frac{1}{3} \to \text{عرض محل تلاقی تابع با محور ها}$$

---

(۲)

$$\log_2^{(4^x+15)}=x+3 \to 4^x+15=2^{(x+3)} \to 2^{2x}+15=2^x\times 8$$

(۲)

$$\Rightarrow 2^{x}\times 8-2^{2x}=15 \to 2^x(8-2^x)=15 \xrightarrow{2^x=t} -t^2+8t=15$$

$$\Rightarrow t^2-8t+15=0 \to (t-3)(t-5)=0 \to t=3,5 \to 2^x=3,\ 2^x=5$$

$$\to x=\log_2^3 \text{ و } x=\log_2^5 \xrightarrow[\text{جواب}]{\text{جمع}} \log_2^3+\log_2^5=\log_2^{15}$$

---

(۳)

$$(\log_{21}^3)^2+\log_{21}^{21\times 7}\times\log_{21}^{21\times 21\times 3}=۵$$

$$\Rightarrow \log_{21}^{21\times 7}\times\log_{21}^{21\times 21\times 3}\to(1+\log_{21}^7)(2+\log_{21}^3)$$

(۲)

$$=2+\underbrace{\log_{21}^3+\log_{21}^7}_{\log_{21}^{21}=1}+\log_{21}^7+(\log_{21}^7\times\log_{21}^3)$$

$$\Rightarrow 3+\underbrace{\log_{21}^7}_{\underbrace{\log_{21}^{21}-\log_{21}^3}_{1-t}}(1+\underbrace{\log_{21}^3}_{t})\xrightarrow{\log_{21}^3=t} t^2+3+(1-t)(1+t)$$

$$\Rightarrow t^2+3+1-t^2=4$$

---

(۴)

$$x^2-2x+1=(x-1)^2=(1-x)^2 \to \log(1-x)^2+\log(1-x)^3=5$$

$$\Rightarrow \log_{10}(1-x)^5=5 \to 10^5=(1-x)^5 \to 1-x=10 \to x=-9 \quad (۲)$$

$$\log_3^9=2$$

۵) $\log_{۲}^{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)} = ۲ \to \log_{۲}^{x^۳-۸} = ۳ \to x^۳ - ۸ = ۸ \to x^۳ = ۱۶$

$\Rightarrow x^۳ = ۱۶ \to x = ۲^{\frac{۴}{۳}} \to \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = \frac{۴}{۳} \times ۲ \times \log_{۲}^{۲} = \frac{۸}{۳}$

۶) $\log(۲-x) - \log(۲-x)^۲ = ۲ \to \log(۲-x) + \log(۲-x)^۳ = ۳$

$(۲-x)^۲ = (x-۲)^۲$

$\Rightarrow \log_{۱۰}^{(۲-x)^۳} = ۳ \to ۴(۲-x) = ۱۰^۳ \to ۲-x = ۱۰ \to x = -۸$

$\log_{\sqrt{۲}}^{۸} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۳} = ۶ \log_{۲}^{۲} = ۶$

۷) $۳^{x^۲-۲x} = ۱۸ \to ۳^{x^۲-۲x} = ۳^{۲x} \to x^۲ - ۲x = ۴x$

$\Rightarrow x^۲ - ۶x - ۲ = ۰ \quad \Delta = ۳۶ + ۸ = ۴۴ \quad x = \frac{۶ \pm ۲\sqrt{۱۱}}{۲}$

$x \to ۳ - \sqrt{۱۱} < ۰$ ✗

$x \to ۳ + \sqrt{۱۱} > ۲$ ✓

$x^۲ - ۲x > ۰ \to x > ۲ \to x > ۳ + \sqrt{۱۱} > ۶$

$(۳ - \sqrt{۱۱})^۲ = ۹ + ۱۱ - ۶\sqrt{۱۱} = ۲۰ - ۶\sqrt{۱۱} < ۰ \to ۶\sqrt{۱۱} - ۲۰ > ۰$

$۶\sqrt{۱۱} > ۲۰$

$\log_{۴}^{\sqrt{۱۱}} = \frac{۱}{۲} \log_{۲}^{۱۱}$

۸) $\log_{۱۸}^{۷} = \frac{\log_{۳}^{۷}}{\log_{۳}^{۱۸}} = \frac{۳\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۲} + \log_{۳}^{۶}} = \frac{\frac{۳۰}{۱۰}\omega}{\frac{۸}{۱۰}\omega + ۱} = \frac{۵}{۷}$

$\frac{۷}{۱۲} = \frac{۷}{۵+۳}$

۹) $\log_{۳}^{۲} = ۰/۶۳ \to \frac{۱}{۲}\log_{۳}^{۴} = ۰/۶۳ \to \log_{۳}^{۲} = ۱/۲۶$

$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۲}} = \frac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳}} = \frac{۱ + ۱/۲۶}{۲ + ۱/۲۶} = \frac{۲/۲۶}{۳/۲۶} = \frac{۱۱۳}{۱۶۳} = \frac{۱۱}{۱۶}$

$x=-1 \rightarrow a+c=b \Rightarrow a\log_{10}2+b\log_{10}2=a$

$\Rightarrow (a+b)\log 2=a \rightarrow \log 2=\frac{a}{a+b} \Rightarrow \frac{1}{\log_b 2}=\frac{a+b}{a}$

$\Rightarrow \log_2^{10}=1+\frac{b}{a} \rightarrow \frac{b}{a}=\log_2^{10}-\log_2^2=\log_2^{\frac{10}{2}}$

$(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}}=(2^{\frac{1}{2}})^{\log_2^5}$

$=2^{\log_2^{\sqrt{5}}}=\sqrt{5}^{\log_2^2}=\sqrt{5}$