آیناز کریم زاده - تکلیف ۲۴ - یازدهم دختر B

۱-

$f(x)=3^{Ax+B}$ $\xrightarrow{x=3}$ $3^2=3^{3A+B}$ $\quad 3A+B=2$

$y=x^2$ $\xrightarrow{x=1}$ $1^2=3^{A+B}$ $\quad A+B=0$ $\rightarrow A=1,\ B=-1$ $\rightarrow f(x)=3^{x-1}$ $\xrightarrow{x=0}$ $f(x)=\frac{1}{3}$

۲-

$\log_2(4^x+15)=x+3 \rightarrow 4^x+15=2^{x+3} \Rightarrow 2^{2x}-2^{x+3}+15 \xrightarrow{2^x=t} t^2-8t+15=(t-3)(t-5)$ $\begin{cases} t=3=2^x \\ t=5=2^x \end{cases}$

$4^x+15>0 \rightarrow 2^x>-16$ ✓

$\rightarrow x=\log_2 5,\ \log_2 3 \rightarrow x_1+x_2=\log_2 15$

۳-

$(\log_{21}3)^2+\log_{21}^{21\times7}\log_{21}^{21^2\times3} \rightarrow (\log_{21}3)^2+(\log_{21}21+\log_{21}7)(\log_{21}21^2+\log_{21}3)=(1+1-\log_{21}3)(2+\log_{21}3)+(\log_{21}3)^2=4$

۴-

$\log(x^2-2x+1)+3\log(1-x)=5 \rightarrow -(x-1)^2(x-1)^3=10^5 \rightarrow -(x-1)^5=10^5 \rightarrow x-1=-10$

$\hookrightarrow \boxed{x=-9}$

۵-

$\log_2(x^2+2x+4)+\log_2(x-2)=\log_2 8 \rightarrow (x^2+2x+4)(x-2)=8 \rightarrow (x^3-8)=8 \rightarrow x^3=16 \rightarrow x=2^{\frac{4}{3}}$

$\log_{2^{\frac{1}{3}}} 2^{\frac{4}{3}}=\boxed{4}$

۶-

$\log(2-x)-\log\frac{1}{(x-2)^2}=3 \rightarrow -(x-2)^3=1000 \rightarrow -(x-2)^3=1000$

$\rightarrow -(x-2)^3=10^3 \rightarrow x-2=-10 \rightarrow \boxed{x=-8}$

۷-

$3^{x^2-2}=3^{4x} \rightarrow x^2-4x-2=0 \rightarrow \frac{4\pm\sqrt{16+8}}{2}=2\pm\sqrt{6}$ $\quad \log_6^{2+\sqrt{6}-2}=\boxed{\frac{1}{2}}$

-۸

$\log_{۱۲}^{۲} = \frac{۵}{۸}$ $\rightsquigarrow$ $\frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۱۲\log_{۱۲}^{۳} + \log_{۱۲}^{۲}}{۲}} = \frac{\log_{۱۲}^{۸}}{\log_{۱۲}^{۱۸}} = \log_{۱۸}^{۸} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$

$\log_{۱۸}^{۸} = \frac{۵}{۷}$

-۹

$\log_{۴}^{۳} = ۰/۸$ $\rightarrow$ $\frac{\log_{۴}^{۳} + \log_{۴}^{۲}}{\log_{۴}^{۳} + \log_{۴}^{۴}} = \frac{۰/۸ + \frac{۱}{۴}}{۰/۸ + ۱} = \frac{۱۳}{۱۸}$

$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{۱۳}{۱۸}$

-۱۰

$(a\log_{۲}۶)x^{۲} + ax + b\log_{۲}۲ = ۰$ $\xrightarrow{x=-۱}$ $a\log_{۲}۶ - a + b\log_{۲}۲ \rightarrow (\log_{۱۰}^{۲})(a+b) = a$ $\rightarrow \log_{۱۰}^{۲} = \frac{a}{a+b}$

$\hookrightarrow \log_{۲}^{۱۰} = \frac{a+b}{a} = ۱ + \frac{b}{a}$

$\rightarrow \frac{b}{a} = \log_{۲}^{۱۰} - ۱ = \log_{۲}^{۵}$

$\sqrt{۲}^{\log_{۲}^{۵}} = ۵^{\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۲}} = \sqrt{۵}$