نام و نام خانوادگی ...شاینا جعفری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵... کلاس ...پنجشنبه‌ها دهم ت...

۱۸٫۷۵

۱

نمودار $y=1-\log_c^{(ax-b)}$ ... اگر $b+c=-\frac{3}{2}$. $(a+c)b=?$

$(-1.5,0)\to 1-\log_c^{(-1.5a-b)}=0$ $\quad \log_c^{(-1.5a-b)}=1$ $\quad -1.5a-b=c\to -1.5a=-\frac{3}{2}$

$(0,2)\to 1-\log_c^{-b}=2$ $\quad \log_c^{-b}=-1$ $\quad -b=\frac{1}{c}$ $\quad -1.5a+\frac{1}{c}=c$ $\quad a=1$

$(a+c)b=(1+\frac{1}{2})(-2)=\boxed{-3}$

$b+\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}\to b=-2$ $\qquad \times c\ (\frac{-3}{2}=c-\frac{1}{c})$

$c^2+3c-4=0$

$(c-1)(c+4)=0$ $\quad c=\frac{1}{2}$ ✓ $\quad 2c^2+3c-2=0$ $\quad c^2-1+\frac{3}{2}c=0$

$c=-\frac{4}{2}=-2$ ✗

(۲)

۲

نمودار $f(x)=1+c\times 3^{a+bx}$. $f(-1)=?$

$(1,0)\to 1+c\times 3^{a+b}=0\to c\times 3^{a+b}=-1$

$(0,\frac{2}{3})\to 1+c\times 3^{a}=\frac{2}{3}\to c\times 3^{a}=-\frac{1}{3}$ $\quad \div \quad \frac{c\times 3^{a+b}}{c\times 3^{a}}=\frac{-1}{-\frac{1}{3}}\Rightarrow 3^b=3 \quad b=1$

(۴)

$f(-1)=1+c\times 3^{a-1}=1+\frac{1}{3}c\times 3^{a}\Rightarrow f(-1)=1+\frac{1}{3}(-\frac{1}{3})=\boxed{\frac{8}{9}}$

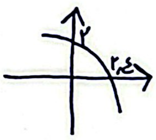
۳

نمودار $y=c+\log_5^{(ax+b)}$. $\frac{a}{b}=?$

$(0,2)\to c+\log_5^{b}=2$

$(2.4,0)\to c+\log_5^{2.4a+b}=0$ $\quad c+\log_5^{2.4a+b}-c-\log_5^{b}=-2$

$\log_5\frac{2.4a+b}{b}=-2$ $\qquad \frac{2.4a+b}{b}=\frac{1}{25}$ (۲)



$60a+25b=b$ $\quad 60a=-24b$

$\frac{a}{b}=-\frac{24}{60}=-\frac{4}{10}=-\frac{2}{5}$

$=\boxed{-0.4}$

۴

دامنه $f(x)=\log_4^{(|x^2-2|-x)}$

$(|x^2-2|-x)>0$

$|x^2-2|>x$

$(x^2-2)^2>x^2$ (۱)

$x^4+4-4x^2>x^2$

$x^4-5x^2+4>0$ $\qquad x\in(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$

$t^2-5t+4>0$

$(t-4)(t-1)>0$ $\qquad D_f=\mathbb{R}-[1,4]=(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$

	1		4	
+	0	−	0	+

۵

نمودار $f(x)=2+2^{b-ax}$ نمودار $g(x)=-x^2-2x+8$ را در طول ۱ قطع ... اگر $f^{-1}(10)=-1$. $2b-a=?$

$x=1\longrightarrow 2+2^{b-a}=-1-2+8$ $\qquad 2+2^{b-a}=4$ $\qquad 2^{b-a}=2$

$b-a=1$

$f(-1)=10\to 2+2^{b+a}=10\longrightarrow \begin{cases} b+a=3 \\ b-a=1 \end{cases}$ (۲)

$2b=4 \quad b=2 \quad a=1$

$2(2)-1=3$

۶

نمودار $f(x) = -2 + (\frac{1}{2})^{Ax+B}$ ، نمودار $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(3) = ?$

$x=1 \longrightarrow -2 + (\frac{1}{2})^{A+B} = 1-1 = 0 \qquad (\frac{1}{2})^{A+B} = 2$

$x=2 \longrightarrow -2 + (\frac{1}{2})^{2A+B} = 4-2 = 2 \qquad (\frac{1}{2})^{2A+B} = 4$

$$\begin{cases} A+B=-1 \\ 2A+B=-2 \end{cases} \qquad A=-1 \quad B=0$$

$f(x) = -2 + (\frac{1}{2})^{-x} \longrightarrow f(3) = -2 + (\frac{1}{2})^{-3} = -2+8 = 6$

۲

۷

مقداری از یک عنصر موجود است. در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac{1}{6}$ از جرم باقی خواهد ماند؟ ($\log_2 5 = 2.4 \quad \log_3 5 = 1.4$)

$m(t) = x_0 \times (\frac{8}{9})^{\frac{t}{60}} = \frac{1}{6} \cancel{x_0} \Rightarrow (\frac{8}{9})^{\frac{t}{60}} = \frac{1}{6}$

مقدار اولیه

$\log_{\frac{8}{9}} \frac{1}{6} = \frac{t}{60} \rightarrow \frac{t}{60} = \frac{\log_5 \frac{1}{6}}{\log_5 \frac{8}{9}} = \frac{\log_5 1 - \log_5 6}{\log_5 8 - \log_5 9} = \frac{0 - \log_5 2 - \log_5 3}{3\log_5 2 - 2\log_5 3} = \frac{-\frac{5}{12} - \frac{5}{7}}{3 \times \frac{5}{12} - 2 \times \frac{5}{7}} = \frac{19}{3}$

$t = \boxed{380 min}$

۲

$\log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5} = \frac{5}{12} \qquad \log_5 3 = \frac{1}{\log_3 5} = \frac{1}{1.4} = \frac{5}{7}$

۸

مقداری از یک عنصر. اگر در هر هفته ۱۲٫۵ درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز $\frac{1}{7}$ جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_7 3 = 0.6 \quad \log_2 3 = 1.6$)

$m(t) = \cancel{x} \times (\frac{7}{8})^{\frac{t}{7}} = \frac{1}{7} \cancel{x} \Rightarrow \log_{\frac{7}{8}} \frac{1}{7} = \frac{t}{7}$

$\frac{t}{7} = \frac{\log_3 \frac{1}{7}}{\log_3 \frac{7}{8}} = \frac{\log_3 1 - \log_3 7}{\log_3 7 - \log_3 8} = \frac{-\frac{5}{3}}{\frac{5}{3} - \frac{15}{8}} = 8 = \frac{t}{7}$

$\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{5}{8}$

$\log_3 7 = \frac{1}{\log_7 3} = \frac{5}{3}$

$t = \boxed{56 \text{ روز}}$

۲

۹

در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه؟ ($\log 2 = 0.3 \quad \log 3 = 0.48$)

$m(t) = \cancel{x} \times (\frac{96}{100})^t = \frac{1}{3} \cancel{x} \longrightarrow \log_{\frac{96}{100}} \frac{1}{3} = t \longrightarrow \frac{\log \frac{1}{3}}{\log \frac{96}{100}} = \frac{-\log 3}{\log 96 - \log 100}$

$= \frac{-\log 3}{5\log 2 + \log 3 - 2} = \frac{-0.48}{1.5 + 0.48 - 2} = \frac{-0.48}{-0.02} = \boxed{24}$

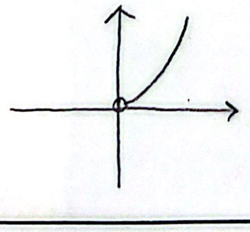
۲

۱۰

شکل نمودار

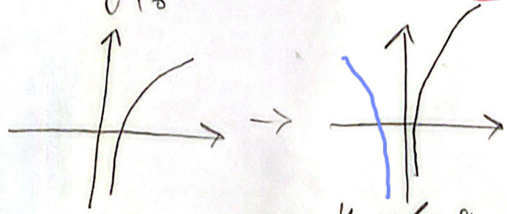
الف) $y = 9^{\log_3 x}$

$y = x^{\log_3 9} \Rightarrow y = x^2 \quad x > 0$



ب) $y = \log x^2$

$2\log_{10} x$



$y = \log_{10} x \qquad y = 2\log_{10} x$

۱٫۷۵

ک) $x^{۲} - ۲ = x \rightarrow \begin{cases} x = -۱ & \times \\ x = ۲ & \checkmark \end{cases}$

$x^{۲} + x - ۲ = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = -۲ & \times \\ x = ۱ & \checkmark \end{cases}$

$D_f = (\infty, ۱) \cup (۲, +\infty)$