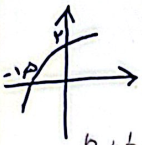
نام و نام خانوادگی شاینا جعفری پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵ کلاس سه‌شنبه‌ها دهم ت

۱

نمودار $y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$. اگر $b+c = -\frac{3}{2}$. $(a+c)b = ?$



$(-1.5, 0) \to 1 - \log_c^{(-1.5a-b)} = 0 \qquad \log_c^{(-1.5a-b)} = 1 \qquad -1.5a - b = c \to -1.5a = -\frac{3}{2}$

$(0, 2) \to 1 - \log_c^{-b} = 2 \qquad \log_c^{-b} = -1 \qquad -b = \frac{1}{c}$

$-1.5a + \frac{1}{c} = c \qquad a = 1$

$2c\left(-\frac{3}{2} = c - \frac{1}{c}\right)$

$c^2 - 1 + \frac{3}{2}c = 0 \qquad 2c^2 + 3c - 2 = 0$

$c^2 + 3c - 4 = 0$

$(c-1)(c+4) = 0 \qquad c = \frac{1}{2}$ ✓

$c = -\frac{4}{2} = -2$ ✗

$b + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \to b = -2$

$(a+c)b = \left(\cancel{1+\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\right) - 2 = -3$

۲

نمودار $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$. $f(-1) = ?$

$(1, 0) \to 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \to c \times 3^{a+b} = -1$

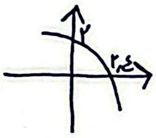
$(0, \frac{2}{3}) \to 1 + c \times 3^{a} = \frac{2}{3} \to c \times 3^{a} = -\frac{1}{3}$

$\div \qquad \frac{c \times 3^{a+b}}{c \times 3^{a}} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} \Rightarrow 3^b = 3 \qquad b = 1$

$f(-1) = 1 + c \times 3^{a-1} = 1 + \frac{1}{3} c \times 3^{a} \Rightarrow f(-1) = 1 + \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right) = \boxed{\frac{8}{9}}$

۳

نمودار $y = c + \log_5^{(ax+b)}$. $\frac{a}{b} = ?$



$(0, 2) \to c + \log_5^{b} = 2$

$(2.4, 0) \to c + \log_5^{2.4a+b} = 0$

$\cancel{c} + \log_5^{2.4a+b} - \cancel{c} - \log_5^{b} = -2$

$\log_5^{\frac{2.4a+b}{b}} = -2$

$\frac{2.4a+b}{b} = \frac{1}{25}$

$60a + 25b = b \qquad 60a = -24b$

$\frac{a}{b} = \frac{-24}{60} = \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5}$

$= \boxed{-0.4}$

۴

دامنه $f(x) = \log_4^{(|x^2-2|-x)}$

$(|x^2-2| - x) > 0$

$|x^2-2| > x$

$(x^2-2)^2 > x^2$

$x^4 + 4 - 4x^2 > x^2$

$x^4 - 5x^2 + 4 > 0$

$t^2 - 5t + 4 > 0$

$(t-4)(t-1) > 0$

	1		4	
+	0	−	0	+

$x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

$D_f = \mathbb{R} - [1, 4] = (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

۵

نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار $g(x) = -x^2 - 2x + 8$ را در طول ۱ قطع. اگر $f^{-1}(10) = -1$. $2b - a = ?$

$x = 1 \longrightarrow 2 + 2^{b-a} = -1 - 2 + 8 \qquad 2 + 2^{b-a} = 4 \qquad 2^{b-a} = 2$

$b - a = 1$

$f(-1) = 10 \to 2 + 2^{b+a} = 10 \longrightarrow \begin{cases} b + a = 3 \\ b - a = 1 \end{cases}$

$2b = 4 \qquad b = 2 \qquad a = 1$

$2(2) - 1 = 3$

۶

نمودار $f(x)=-2+(\frac12)^{Ax+B}$ و نمودار $y=x^2-x$ را در دو نقطه به طول ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(3)=?$

$x=1 \longrightarrow -2+(\frac12)^{A+B}=1-1=0 \qquad (\frac12)^{A+B}=2$

$x=2 \longrightarrow -2+(\frac12)^{2A+B}=4-2=2 \qquad (\frac12)^{2A+B}=4$

$$\begin{cases} A+B=-1 \\ 2A+B=-2 \end{cases} \qquad A=-1 \quad B=0$$

$$f(x)=-2+(\frac12)^{-x} \longrightarrow f(3)=-2+(\frac12)^{-3}=-2+8=6$$

۷

مقداری از یک عنصر موجود است. در هر ساعت $\frac19$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac16$ از جرم باقی خواهد ماند؟ ($\log_2 5=2.4$ $\log_3 5=1.4$)

$m(t)=\underset{\text{مقدار اولیه}}{x}\times(\frac89)^{\frac{t}{60}}=\frac16 \cancel{x} \Rightarrow (\frac89)^{\frac{t}{60}}=\frac16$

$$\log_{\frac89}\frac16=\frac{t}{60} \to \frac{t}{60}=\frac{\log_5\frac16}{\log_5\frac89}=\frac{\log_5 1-\log_5 6}{\log_5 8-\log_5 9}=\frac{0-\log_5 2-\log_5 3}{3\log_5 2-2\log_5 3}=\frac{-\frac{5}{12}-\frac57}{3\times\frac{5}{12}-2\times\frac57}=\frac{19}{3}$$

$t=\boxed{380\,min}$

$\log_5 2=\frac{1}{\log_2 5}=\frac{5}{12} \qquad \log_5 3=\frac{1}{\log_3 5}=\frac{1}{1.4}=\frac57$

۸

مقداری از یک عنصر. اگر در هر هفته ۱۲٫۵ درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز $\frac17$ جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_7 3=0.6$ $\log_2 3=1.6$)

$m(t)=\cancel{x}\times(\frac78)^{\frac t7}=\frac17\cancel{x} \Rightarrow \log_{\frac78}\frac17=\frac t7$

$$\frac t7=\frac{\log_3\frac17}{\log_3\frac78}=\frac{\log_3 1-\log_3 7}{\log_3 7-\log_3 8}=\frac{-\frac53}{\frac53-\frac{15}{8}}=8=\frac t7$$

$\log_3 2=\frac{1}{\log_2 3}=\frac58 \qquad \log_3 7=\frac{1}{\log_7 3}=\frac53$

$t=\boxed{56\ \text{روز}}$

۹

در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac13$ غلظت اولیه؟ ($\log 2=0.3$ $\log 3=0.48$)

$m(t)=\cancel{x}\times(\frac{96}{100})^t=\frac13\cancel{x} \longrightarrow \log_{\frac{96}{100}}\frac13=t \longrightarrow \frac{\log\frac13}{\log\frac{96}{100}}=\frac{-\log 3}{\log 96-\log 100}$

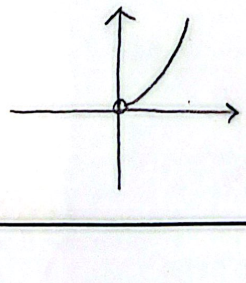
$$=\frac{-\log 3}{5\log 2+\log 3-2}=\frac{-0.48}{1.5+0.48-2}=\frac{-0.48}{-0.02}=\boxed{24}$$

۱۰

شکل نمودار

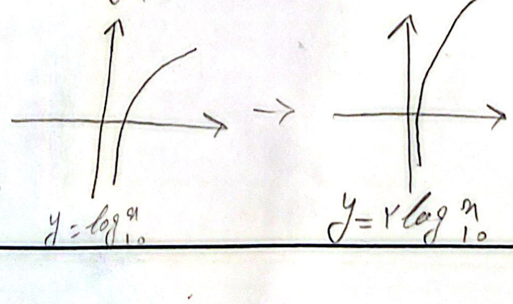
الف) $y=9^{\log_3 x}$

$y=x^{\log_3 9} \Rightarrow y=x^2 \quad x>0$



ب) $y=\log x^2$

$2\log_{10}x$



$y=\log_{10}x \qquad y=2\log_{10}x$