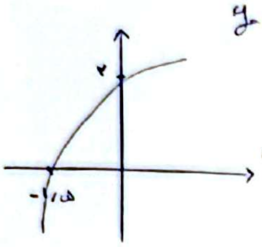
سوال ① <=

$y = ۱ - \log_c^{(ax-b)}$, $b+c = -\frac{۳}{۲}$, $(a+c)b = ?$



$(۰,۲) \to ۱ - \log_c^{-b} = ۲ \to \log_c^{-b} = -۱ \to -b = \frac{۱}{c}$ ☆

$(-\frac{۳}{۲},۰) \to ۱ - \log_c^{-\frac{۳}{۲}a-b} = ۰ \to -\frac{۳}{۲}a - b = c \to -\frac{۳}{۲}a = \overbrace{b+c}^{-\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \boxed{a=۱}$

$b+c = -\frac{۳}{۲} \xrightarrow{☆} \frac{-۱}{c} + c = -\frac{۳}{۲} \to \frac{c^۲-۱}{c} = -\frac{۳}{۲} \to ۲c^۲ + ۳c - ۲ = ۰$

$c'^۲ + ۳c' - ۴ = ۰ \to c' = ۱ \to \boxed{c = \frac{۱}{۲}}$

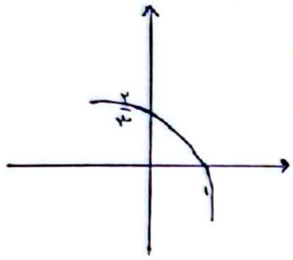
$c = -۴$ غ ق ق

$-b = \frac{۱}{c} \xrightarrow{c=\frac{۱}{۲}} \boxed{b = -۲}$

$(a+c)b = (۱+\frac{۱}{۲}) \times -۲ = \boxed{-۳}$

سوال ② <=

$f(x) = ۱ + c \times ۳^{a+bx}$, $f(-۱) = ?$



$(۱,۰) \to ۱ + c \times ۳^{a+b} = ۰ \to c \times ۳^{a+b} = -۱$

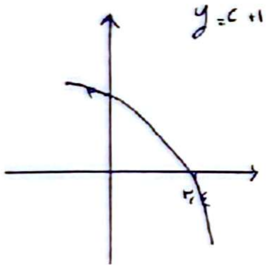
$(۰,\frac{۲}{۳}) \to ۱ + c \times ۳^{a} = \frac{۲}{۳} \to c \times ۳^{a} = -\frac{۱}{۳}$ ☆

$\xrightarrow{\div} ۳^b = ۳ \to \boxed{b=۱}$

$f(x) = ۱ + \underbrace{c \times ۳^a}_{☆\ -\frac{۱}{۳}} \times ۳^x = ۱ - \frac{۱}{۳} \times ۳^x \xrightarrow{f(-۱)} ۱ - \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳} = \boxed{\frac{۸}{۹}}$

سوال ③ <=

$y = c + \log_۵^{(ax+b)}$, $\frac{a}{b} = ?$



$(۰,۲) \to c + \log_۵^{b} = ۲$

$(۲٫۴,۰) \to (c + \log_۵^{۲٫۴a+b} = ۰) \times -۱$

$\xrightarrow{+} \log_۵^{b} - \log_۵^{۲٫۴a+b} = ۲$

$\log_۵^{\frac{b}{۲٫۴a+b}} = ۲ \to \frac{b}{۲٫۴a+b} = ۲۵$

$b = ۶۰a + ۲۵b \to ۲۴b = -۶۰a$

$\frac{a}{b} = \frac{-۲۴}{۶۰} = \boxed{\frac{-۲}{۵}}$

سوال ④ <=

$f(x) = \log_۴^{(|x^۲-۲|-x)} \longrightarrow |x^۲-۲| - x > ۰$

① $x^۲ - ۲ \geq ۰ \to x^۲ \geq ۲ \to \underbrace{x \geq \sqrt{۲} \text{ یا } x \leq -\sqrt{۲}}_{I} \to x^۲ - ۲ - x > ۰ \to \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ \hline + & \phi & - & \phi & + \end{array} \to \underbrace{x < -۱ \text{ یا } x > ۲}_{II} \overset{\cap}{\Longrightarrow} \boxed{x \leq -\sqrt{۲} \text{ یا } x > ۲}$ ①

② $x^۲ - ۲ < ۰ \to x^۲ < ۲ \to \underbrace{-\sqrt{۲} < x < \sqrt{۲}}_{I} \longrightarrow -x^۲ + ۲ - x > ۰ \to x^۲ + x - ۲ < ۰ \to (x-۱)(x+۲) < ۰ \to \underbrace{-۲ < x < ۱}_{II} \overset{\cap}{\Longrightarrow} \boxed{-\sqrt{۲} < x < ۱}$ ②

① ∪ ② $\to \boxed{D_f: (-\infty, ۱) \cup (۲, +\infty)}$

سوال ⑤ <=

$f(x) = ۲ + ۲^{b-ax}$

$g(x) = -x^۲ - ۳x + ۸$

$\longrightarrow (۱, ?)$, $f^{-1}(۱۰) = ۱$, $۲b - a = ?$

$۲ + ۲^{b-a} = -۱ - ۳ + ۸ \to ۲^{b-a} = ۲ \to b - a = ۱$

$f^{-1}(۱۰) = -۱ \xrightarrow{\text{عکس}}$ نقطه $(-۱,۱۰)$ در $f(x)$ صدق می‌کند $\longrightarrow ۲ + ۲^{b+a} = ۱۰$

$۲^{b+a} = ۸ = ۲^۳ \to b + a = ۳$

$b - a = ۱$

$b + a = ۳$

$۲b = ۴ \longrightarrow \boxed{b = ۲ \quad a = ۱}$

$۲b - a = ۲(۲) - ۱ = \boxed{۳}$

سوال ⑥ ⇐

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = -۲ + (\frac{۱}{۲})^{Ax+b} \\ y = x^۲ - x \end{array}\right\} \to \begin{array}{l}(۱, ?)\\(۲, ?)\end{array} , \quad f(۳) = ?$$

$$x^۲ - x \xrightarrow{x=۱} ۱-۱=۰ \to (۱,۰) \qquad \xrightarrow{x=۲} ۴-۲=۲ \to (۲,۲) \; \Big\} \to$$ این نقاط در $f(x)$ صدق می‌کنند

$$(۱,۰) \to -۲+(\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۰ \to (\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۲ \to (A+B = -۱) \times -۱$$

$$(۲,۲) \to -۲+(\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۲ \to (\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۴ \to ۲A+B = -۲$$

$$\Big\} \xrightarrow{+} A = -۱ , \; B = ۰$$

$$f(x) = -۲+(\frac{۱}{۲})^{-x} \xrightarrow{f(۳)} -۲+(\frac{۱}{۲})^{-۳} = -۲+۸ = \boxed{۶}$$

سوال ⑦ ⇐

$$\underset{\text{جرم}}{m} = \underset{\text{جرم اولیه نمونه}}{m_0} \times (\frac{۸}{۹})^t \to \frac{۱}{۶}m_0 = m_0(\frac{۸}{۹})^t \Rightarrow \frac{۱}{۶} = (\frac{۸}{۹})^t \to \log_۵ \frac{۱}{۶} = \log_۵ (\frac{۸}{۹})^t$$

$$\cancel{\log_۵ ۱}^{\,۰} - \log_۵ ۶ = t(\log_۵ ۸ - \log_۵ ۹)$$

$$-(\log_۵ ۳ + \log_۵ ۲) = t(۳\log_۵ ۲ + ۲\log_۵ ۳)$$

$$-(\frac{۵}{۷} + \frac{۵}{۱۲}) = t(۳\times\frac{۵}{۱۲} + ۲\times\frac{۵}{۷})$$

$$-\cancel{۵}(\frac{۱۹}{\cancel{۸۴}_{۳}}) = t \times (\cancel{۵})(-\frac{۱}{\cancel{۲۸}}) \to t = \boxed{\frac{۱۹}{۳}}$$

★ $\log_۵ ۳ = \frac{۱}{\log_۳ ۵} = \frac{۱}{۱٫۴} = \frac{۱۰}{۱۴} = \frac{۵}{۷}$

★ $\log_۵ ۲ = \frac{۱}{\log_۲ ۵} = \frac{۱}{۲٫۴} = \frac{۱۰}{۲۴} = \frac{۵}{۱۲}$

$\boxed{t = \frac{۱۹}{۳} \times ۶۰ = ۳۸۰ \text{ دقیقه}}$

سوال ⑧ ⇐

$$m = m_0 \times (\underbrace{\frac{۷}{۸}}) ^t \to \frac{۱}{۷}\cancel{m_0} = \cancel{m_0}(\frac{۷}{۸})^t \to \frac{۱}{۷} = \frac{۷}{۸}^t \to \log_۳ \frac{۱}{۷} = \log_۳ (\frac{۷}{۸})^t \to -\log_۳ ۷ = t(\log_۳ ۷ - \log_۳ ۸)$$

★ $\frac{۱۲٫۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۸} \to ۱ - \frac{۱}{۸} = \frac{۷}{۸}$

★ $\log_۳ ۷ = \frac{۱}{\log_۷ ۳} = \frac{۱}{۰٫۶} = \frac{۱۰}{۶}$

★ $= \log_۳ ۸ = ۳\log_۳ ۲ = ۳ \times \frac{۱}{\log_۲ ۳} = \frac{۳}{۱٫۶} = \frac{۳۰}{۱۶} = \frac{۱۵}{۸}$

$$-\frac{۱۰}{۶} = t(\frac{۱۰}{۶} - \frac{۱۵}{۸})$$

$$-\frac{۱۰}{۶} = t(\frac{-۱۰}{۴۸})$$

$$\frac{۱}{۶} = \frac{t}{۴۸} \to t = ۸ \text{ هفته}$$

$\boxed{t = ۸ \times ۷ = ۵۶ \text{ روز}}$

سوال ⑨ ⇐

$$a = a_0 \times (\underbrace{\frac{۹۶}{۱۰۰}}_{(۱ - \frac{۴}{۱۰۰})})^n \to \frac{۱}{۳}\cancel{a_0} = \cancel{a_0}(\frac{۹۶}{۱۰۰})^n \to \frac{۱}{۳} = (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n$$

$$\log_{۱۰} \frac{۱}{۳} = \log_{۱۰} (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n \to -\log ۳ = (n) \log \frac{\overset{۲^۵ \times ۳}{۹۶}}{۱۰۰}$$

$$-\log ۳ = (n)(۵\log ۲ + \log ۳ - \log ۱۰۰)$$

$$-۰٫۴۸ = (n)(۵\times۰٫۳ + ۰٫۴۸ - ۲)$$

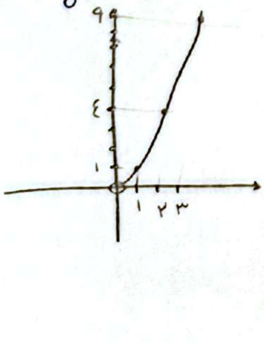
$$n = \frac{-۰٫۴۸}{-۰٫۰۲} = ۲۴$$

سوال ⑩ ⇐

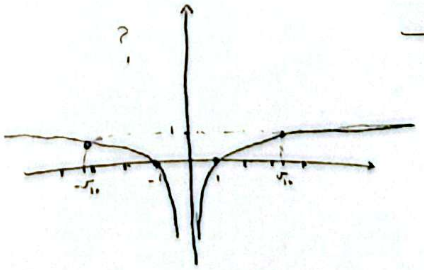
الف) $y = ۹\log_۳ x \to x^{\log_۳ ۹} = x^۲$

$x > ۰$

x	y
۱	۱
۲	۴



ب) $y = \log x^۲$



x	y
۱	۰
$\sqrt{۱۰}$	۱
۱۰	۲