هلی عقاری

(1)

$$1-\log_c(ax-b) \xrightarrow{(0,2)} 1-\log_c(-b)=2 \Rightarrow \log_c(-b)=-1$$

$b<0\ \star$, $c>0\ \star$

$$\Rightarrow \frac{1}{c}=-b \Rightarrow b+c=-\frac{3}{2} \to -b=c+\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{c}=c+\frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2c}$$

$$= 2=2c^2+3c \Rightarrow 2c^2+3c-2=0 \Rightarrow c=\frac{-3\pm 5}{4} \to c=-2,\ \frac{1}{2}$$

$$\Delta=9+16=25$$

$$\xrightarrow[\text{b . دامنه log}]{\star} c=\frac{1}{2} \quad \frac{1}{c}=-b \Rightarrow b=-2$$

$$y=1-\log_c(ax-b) \xrightarrow{(-\frac{3}{2},0)} 1-\log_{\frac{1}{2}}\left(-\frac{3}{2}a+2\right)=0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(-1.5a+2)=1$$

$$-\frac{3}{2}a+2=\frac{1}{2} \to -\frac{3}{2}a=\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2} \to a=1$$

$$(a+c)b=\left(1+\frac{1}{2}\right)(-2)=\frac{3}{\cancel{2}}\times -\cancel{2}=-3$$

---

(2)

$$y=1+c\times 3^{a+bx} \xrightarrow{(0,\frac{2}{3})} 1+c\times 3^a=\frac{2}{3} \to c\times 3^a=-\frac{1}{3} \to 3^a=-\frac{1}{3c}$$

$$\xrightarrow{(1,0)} 1+c\times 3^a\times 3^b=0 \to c\times 3^a\times 3^b=-1 \to \cancel{c}\times -\frac{1}{3\cancel{c}}\times 3^b=-1$$

$$3^b=-1\times -3=3 \Rightarrow b=1$$

$$f(-1)=1+c\times 3^{a-1}=1+c\times 3^a\times\frac{1}{3}=1+\cancel{c}\times -\frac{1}{3\cancel{c}}\times\frac{1}{3}$$

$$=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

---

(3)

$$y=c+\log_5(ax+b)$$

$$\xrightarrow{(0,2)} c+\log_5 b=2 \to \log_5 b=2-c$$

$$\xrightarrow{(2.4,0)} c+\log_5(2.4a+b)=0 \to \log_5(2.4a+b)=-c$$

$$\Rightarrow \log_5(2.4a+b)-\log_5 b=-\cancel{c}-2+\cancel{c} \Rightarrow \log_5\frac{2.4a+b}{b}=-2$$

$$\Rightarrow \frac{2.4a}{b}+1=\frac{1}{25} \to 2.4\times\frac{a}{b}=-\frac{24}{25} \to \frac{a}{b}=\frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{24}}\times -\frac{\cancel{24}}{\cancel{25}_{5}}=-\frac{2}{5}$$

$\log_{۴}(|x^۲-۲|-x)>۰ \Rightarrow |x^۲-۲|-x>۰$

$x \geq \sqrt{۲}$, $x \leq -\sqrt{۲} \Rightarrow x^۲-x-۲>۰ \to (x-۲)(x+۱)>۰$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$\Rightarrow x = (-\infty, -\sqrt{۲}] \cup (۲, +\infty)$ ★

$-\sqrt{۲} < x < \sqrt{۲} \Rightarrow x^۲+x-۲<۰ \to (x+۲)(x-۱)<۰$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -۲ & & ۱ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$x = (-\sqrt{۲}, ۱)$ ★

★ $\longrightarrow \mathbb{R} - [۱, ۲)$

۵

$f(۱) = ۲ + ۲^{b-a}$, $g(۱) = -۱-۳+۸ = ۴$

$f(۱) = g(۱) \Rightarrow ۲+۲^{b-a} = ۴ \to ۲^{b-a} = ۲ \to b-a=۱$

$f^{-1}(۱۰) = -۱ \to f(-۱) = ۱۰ \to ۲+۲^{b+a} = ۱۰ \to ۲^{b+a} = ۸ \to b+a=۳$

$\begin{cases} b-a=۱ \\ b+a=۳ \end{cases} \Rightarrow ۲b=۴ \to b=۲, \; a=۱$ $\qquad ۲b-a = ۴-۱ = ۳$

۶

$f(۱) = (۱)^۲-۱ = ۰ \to -۲+\left(\frac{۱}{۲}\right)^{A+B} = ۰ \to \left(\frac{۱}{۲}\right)^{A+B} = ۲ \to A+B=-۱$

$f(۲) = ۲^۲-۲ = ۲ \to -۲+\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲A+B} = ۲ \to \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲A+B} = ۴ \to ۲A+B=-۲$

$\begin{cases} A+B=-۱ \\ ۲A+B=-۲ \end{cases} \Rightarrow A=-۱, \; B=۰$ $\qquad f(۳) = -۲+\left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۳} = -۲+۸ = ۶$

۷

$m = m_۰ \times \left(\frac{۸}{۹}\right)^t \xrightarrow{t=۱} \frac{۸}{۹} = m_۰ \times \frac{۸}{۹} \to m_۰ = ۱$

$\frac{۱}{۶} = ۱ \times \left(\frac{۸}{۹}\right)^t \to t = \log_{\frac{۸}{۹}} \frac{۱}{۶} = \frac{-\log_۵ ۶}{۳\log_۵ ۲ - ۲\log_۵ ۳} \to \frac{-\left(\frac{۱۰}{۲۴}+\frac{۱۰}{۱۴}\right)}{۳\times\frac{۵}{۱۲} - ۲\times\frac{۱۵}{۷}}$

$= \frac{-\left(\frac{۵}{۱۲}+\frac{۵}{۷}\right)}{\frac{۵}{۴}-\frac{۱۰}{۷}} = \frac{-\frac{۹۵}{\cancel{۸۴}_{۳}}}{-\frac{۵}{\cancel{۲۸}}} \times \frac{\cancel{۶۰}^{۲۰}}{}$ دقیقه $= \frac{۹۵\times\cancel{۲۰}^{۴}}{\cancel{۵}}$ تقریباً ۳۸۰

(۸)

$m=\left(\frac{۸۷/۵}{۱۰۰}\right)^t=\left(\frac{۷}{۸}\right)^t$

$\frac{۱}{۷}=\left(\frac{۷}{۸}\right)^t \to t=\log_{\frac{۷}{۸}}\frac{۱}{۷} \to t=\frac{-\log_۳ ۷}{\log_۳ ۷-\log_۳ ۸}$

$=\frac{-\log_۳ ۷}{\log_۳ ۷-۳\log_۳ ۲}=\frac{-\frac{۵}{۳}}{-\frac{۵}{۲۴}}=۸\times ۷$ روز $=۵۶$ روز

$\frac{۵}{۳}-\frac{۱۵}{۸}=\frac{۴۰-۴۵}{۲۴}=-\frac{۵}{۲۴}$

(۹)

غلظت $=\left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^n$

$\frac{۱}{۳}=\left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^n \Rightarrow n=\log_{\frac{۹۶}{۱۰۰}}\frac{۱}{۳}=\frac{-\log_{۱۰}۳}{\log_{۱۰}۲۴-\log_{۱۰}۲۵}$, $\frac{۹۶}{۱۰۰}=\frac{۲۴}{۲۵}$

$\underbrace{۳\log_{۱۰}۲+\log_{۱۰}۳}$, $\log_{۱۰}۱۰۰-۲\log_{۱۰}۲$

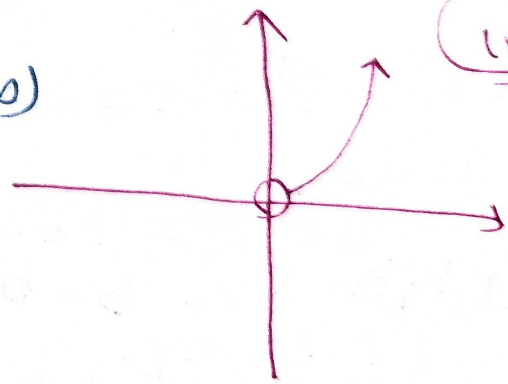
$۰/۹+۰/۴۸$, $۲-\frac{۶}{۱۰}=\frac{۱۴}{۱۰}$

$=۱/۳۸-۱/۴=-۰/۰۲$

$\frac{-\frac{۴۸}{۱۰۰}}{-\frac{۲}{۱۰۰}}=۲۴$ روز

(۱۰)

الف) $y=۹^{\log_۳ x}=x^{\log_۳ ۹}=x^۲$, $D_f=(۰,+\infty)$



ب) $\log x^۲\to ۲\log|x|$