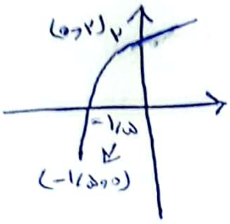
۱۸٫۵

نام و نام خانوادگی ......سیبا فیقی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۵.. کلاس یازدهم ریاضی

۱



$y = 1 - \log_c(ax-b)$, $b + c = -\frac{3}{2}$, $(a+c)b = ?$

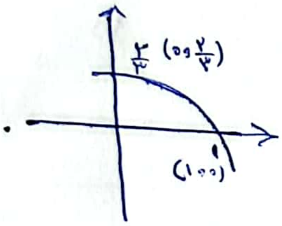
$\Rightarrow 0 = 1 - \log_c(-1/5\,a - b) \Rightarrow 1 = \log_c(-1/5\,a - b) \Rightarrow -1/5\,a - b = c^1$

$a = 1$, $2 = 1 - \log_c(-b) \Rightarrow -1 = \log_c^{-b} \Rightarrow -b = c^{-1}$

$bc = -1 \Rightarrow (-\frac{3}{2} - c)c = -1 \Rightarrow c^2 + \frac{3}{2}c - 1 = 0 \Rightarrow c = -2$ غ ق ، $c = \frac{1}{2}$

$bc = -1 \Rightarrow b \times \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow b = -2$ $\qquad (1 + \frac{1}{2}) \times -2 = -3$

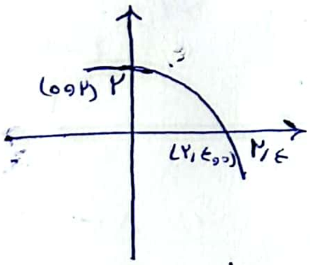
۲ ۰٫۵



$f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ $\qquad f(-1) = ?$

$\begin{cases} \frac{2}{3} = 1 + c \times 3^a \\ 0 = 1 + c \times 3^{a+b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3} = c \times 3^a \\ -1 = c \times 3^a \times 3^b \end{cases}$

۳



$y = c + \log_5(ax+b)$ $\qquad \frac{a}{b} = ?$

$\begin{cases} c + \log_5 b = 2 \\ c + \log_5(2.4a+b) = 0 \end{cases}$

$\log_5(2.4a+b) - \log_5 b = -2 \Rightarrow \log_5 \frac{2.4a+b}{b} = -2 \Rightarrow \frac{2.4a+b}{b} = \frac{1}{25}$

$\frac{2.4a}{b} + 1 = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{2.4a}{b} = -\frac{24}{25}$

$\frac{a}{b} = -\frac{24}{25} \times \frac{1}{2.4} = -\frac{1}{2.5} = -\frac{2}{5}$

۴

$f(x) = \log_4(|x^2-2| - x)$ $\qquad D_f = ?$ $\boxed{(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)}$

$|x^2-2| - x > 0 \rightarrow$ 1) $x^2 - 2 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{2}$ یا $x \geq \sqrt{2}$

$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ یا $x = -1 \Rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x < -1$ یا $x > 2$

$x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup (2, +\infty)$ $\quad$ 2) $x^2 - 2 < 0 \Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \Rightarrow x^2 + x - 2 < 0$ ، $x = -2$ یا $x = 1$

$\Rightarrow ((-\infty, -\sqrt{2}] \cup (2, +\infty)) \cup (-\sqrt{2}, 1)$

۵ (سوال ۶ جابه‌جا)

$\begin{cases} y = x^2 - x \xrightarrow{x=1} y = 0 \\ y = x^2 - x \xrightarrow{x=2} y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (1,0) \rightarrow f(1) = 0 \\ (2,2) \rightarrow f(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 + (\frac{1}{2})^{A+B} = 0 \\ -2 + (\frac{1}{2})^{A+B} = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} (2^{-1})^{A+B} = 2^1 \\ (2^{-1})^{2A+B} = 2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -(A+B) = 1 \\ -(2A+B) = 2 \end{cases} \Rightarrow A = -1 , B = 0$

$f(x) = -2 + (\frac{1}{2})^{-x} \Rightarrow -2 + (\frac{1}{2})^{-3} \Rightarrow -2 + 2^3 = 6$

۶ (سوال ۶ جابجا)

$f(x)=۲+۲^{b-ax}$, $g(x)=-x^۲-۳x+۸$, $(۱,۰)$, $f^{-1}(۱۰)=-۱$, $۲b-a=?$

$f(۱)=g(۱) \Rightarrow ۲+۲^{b-a}=-۱-۳+۸ \Rightarrow ۲^{b-a}=۲ \Rightarrow b-a=۱$

$f(-۱)=۱۰ \Rightarrow f(-۱)=۲+۲^{b-a(-۱)}=۱۰ \Rightarrow ۲^{b+a}=۸ \Rightarrow b+a=۳$

$\begin{cases} b-a=۱ \\ b+a=۳ \end{cases} \Rightarrow a=۱ , b=۲$ $۲\times ۲-۱=۳$

۷

$m_۱ \Rightarrow m(۱)=m_۱-\frac{۱}{۹}m_۱=(\frac{۸}{۹})m_۱$ (یک ساعت، جرم اولیه)   ۳۸۰ min

(دو ساعت) $m(۲)=m(۱)-\frac{۱}{۹}m(۱)=(\frac{۸}{۹})m(۱)=(\frac{۸}{۹})^۲m_۱$ $m(t)=\frac{۱}{۴}m_۱ \Rightarrow (\frac{۸}{۹})^t=۴^{-۱}$

$m(t)=m_۱(\frac{۸}{۹})^t \Rightarrow \log_۵(\frac{۸}{۹})^t=\log_۵ ۴^{-۱} \Rightarrow t(\log_۵ ۸-\log_۵ ۹)=-\log_۵ ۴$

$\log_۵ ۲=\frac{۱}{\log_۲ ۵} \Rightarrow \frac{۵}{۱۲}$, $\log_۵ ۳=\frac{۱}{\log_۳ ۵}=\frac{۵}{۷}$

$t=\frac{\frac{۵}{۱۲}+\frac{۵}{۷}}{\frac{۱۰}{۷}-\frac{۱۵}{۱۲}}=\frac{۹۵}{۱۵}=\frac{۱۹}{۳}$ ساعت $\Rightarrow \frac{۱۹}{۳}\times ۶۰=۳۸۰$

۸

$۱۰۰-۱۲/۵=۸۷/۵$ $m(t)=m_۱(\frac{۸۷/۵}{۱۰۰})^t \Rightarrow m(t)=\frac{۱}{۷}m_۱$

$(\frac{۸۷۵}{۱۰۰۰})^t=\frac{۱}{۷} \Rightarrow (\frac{۷\times ۱۲۵}{۱۰۰۰})^t=\frac{۱}{۷} \Rightarrow (\frac{۷}{۸})^t=\frac{۱}{۷}$ (از تعریف) $\Rightarrow t=\frac{-۱}{۱-\log_۷ ۸}$

$\log_۷(\frac{۷}{۸})^t=\log_۷\frac{۱}{۷} \Rightarrow t\log_۷\frac{۷}{۸}=\log_۷ ۷^{-۱} \Rightarrow t=\frac{-۱}{۱-\log_۷ ۸}$ $\frac{-۱}{۱-\frac{۹}{۸}}=۸$

$۳\log_۷ ۲=۳\times\frac{\log_۳ ۲}{\log_۳ ۷} \Rightarrow \frac{۹}{۸} \Rightarrow$ $۸\times ۷=$ ۵۶ روز

۹

غلظت (log) $=\frac{m}{۱۰۰} \Rightarrow$ روز اول $\Rightarrow \frac{۴}{۱۰۰} \Rightarrow m-۰/۰۴m=۰/۹۶m$ (غلظت کلی)

$\frac{m}{۱۰۰}(۰/۹۶)^n$ (روز n ام) $\Rightarrow \frac{۱}{۳}\times\frac{m}{۱۰۰} \Rightarrow (۰/۹۶)^n=\frac{۱}{۳} \Rightarrow n\log ۰/۹۶=\log(\frac{۱}{۳})$

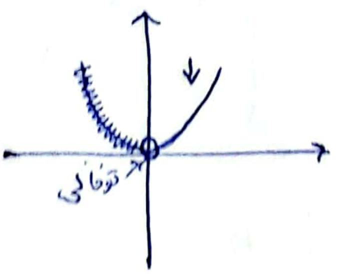
$\Rightarrow n=\frac{\log ۳^{-۱}}{\log ۰/۹۶}=\frac{-\log ۳}{\log ۹۶-\log ۱۰۰}=\frac{-۰/۴۸}{۰/۴۸+۵(۰/۳)-۲}=\frac{-۰/۴۸}{-۰/۰۲}=۲۴$ روز

$\log(۳\times ۲^۵) \rightarrow \log ۳+۵\log ۲$

۱۰

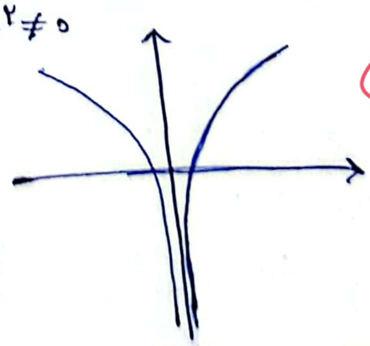
الف) $y=۹^{\log_۳ x} \Rightarrow y=x^{\log_۳ ۹}=x^۲$

$x>۰$
$x\neq ۰$



ب) $y=\log x^۲ \Rightarrow y=۲\log x$

$x^۲>۰$ $x^۲\neq ۰$



۲) $f(0)=\frac{۲}{۳} \rightarrow c \times ۳^{a}=\frac{-۱}{۳}$ (۱) $f(1)=۰ \rightarrow ۳^{a} \times c \times ۳^{b}=-۱$ (۲) $b=۱$

$\rightarrow f(x)=۱-۳^{x-۱}$ $f(-۱)=\frac{۸}{۹}$