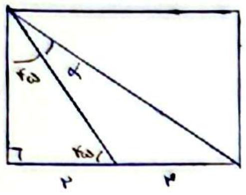
یازدهم دفتر B تکلیف ㉗ آرتین اکبری

سوال ① ⇐

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{۱}{۲} ab \sin\alpha \longrightarrow ۴{,}۵ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times \sqrt{۳} \times \sin\alpha \longrightarrow \sin\alpha = \frac{۳}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \longrightarrow \alpha \begin{cases} ۱۲۰° \\ ۶۰° \end{cases}$$

$$\frac{\text{بیشترین مقدار } \alpha}{\text{کمترین مقدار } \alpha} = \frac{۱۲۰}{۶۰} = \boxed{۲}$$

سوال ② ⇐



$\cot\alpha = ?$

$$☆ \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cot\beta \mp ۱}{\cot\alpha \pm \cot\beta}$$

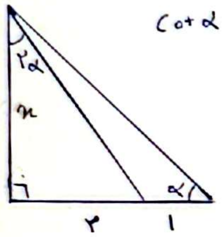
$$\cot(\alpha + ۴۵) = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

$$\cot(\alpha + ۴۵) = \frac{\cot\alpha \cot۴۵ - ۱}{\cot\alpha + \cot۴۵} = \frac{\cot\alpha \times ۱ - ۱}{\cot\alpha + ۱} = \frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow ۲\cot\alpha - ۲ = \cot\alpha + ۱$$

$$\boxed{\cot\alpha = ۳}$$

سوال ③ ⇐



$\cot\alpha = ?$

$$\left.\begin{aligned} \tan ۲\alpha &= \frac{۲}{x} \\ \tan\alpha &= \frac{x}{۳} \\ \tan ۲\alpha &= \frac{۲\tan\alpha}{۱ - \tan^۲\alpha} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{۲\left(\frac{x}{۳}\right)}{۱ - \left(\frac{x^۲}{۹}\right)} = \frac{۲}{x} \longrightarrow \frac{\frac{۲x}{۳}}{\frac{۹ - x^۲}{۹}} = \frac{۲}{x} \longrightarrow \frac{۶x}{۹ - x^۲} = \frac{۲}{x}$$

$$۶x^۲ = ۱۸ - ۲x^۲ \rightarrow ۸x^۲ = ۱۸$$

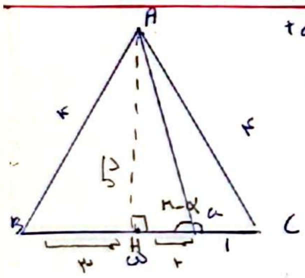
$$x^۲ = \frac{۹}{۴}$$

$$x = \frac{۳}{۲}$$

چون x مقدار منفع است نمی توان منفی باشد

$$\cot\alpha = \frac{۳}{x} = \frac{۳}{\frac{۳}{۲}} = \boxed{۲}$$

سوال ④ ⇐



$\tan\alpha = ?$

مثلث متساوی الساقین ← میانه همان ارتفاع است

$$AH = \sqrt{۱۶ - ۹} = \sqrt{۷}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{۷}}{۲} \longrightarrow -\tan\alpha = \frac{\sqrt{۷}}{۲}$$

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{-\sqrt{۷}}{۲}}$$

سوال ⑤ ⇐

$$\underbrace{۲\sin^۲x + \cos^۲x}_{\downarrow} = \frac{۴}{۳} \quad , \tan^۲x = ?$$

$$\underbrace{\sin^۲x + \cos^۲x}_{۱} + \sin^۲x = \frac{۴}{۳} \longrightarrow \sin^۲x = \frac{۱}{۳} \longrightarrow \sin x = \begin{cases} + \frac{۱}{۳} \\ - \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

$$\cos^۲x = ۱ - \sin^۲x = ۱ - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}$$

$$\tan^۲x = \frac{\sin^۲x}{\cos^۲x} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

سوال ⑥ =

$$\frac{\sin^۴\alpha + ۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha} - \frac{\cos^۴\alpha + ۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha}$$

$$= \frac{\sin^۴\alpha + ۴(۱-\sin^۲\alpha)}{۲-\sin^۲\alpha} - \frac{\cos^۴\alpha + ۴(۱-\cos^۲\alpha)}{۲-\cos^۲\alpha} = \frac{\sin^۴\alpha - ۴\sin\alpha + ۴}{۲-\sin^۲\alpha} - \frac{\cos^۴\alpha - ۴\cos^۲\alpha + ۴}{۲-\cos^۲\alpha} = \frac{(\sin^۲\alpha-۲)^۲}{۲-\sin^۲\alpha} - \frac{(\cos^۲\alpha-۲)^۲}{۲-\cos^۲\alpha}$$

$$= (۲-\sin^۲\alpha) - (۲-\cos^۲\alpha) = \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha = \boxed{\cos ۲\alpha}$$

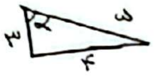
$-\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)$

سوال ⑦ =

$\sin(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha)\cos(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha) - \tan(\alpha - \frac{۳\pi}{۲}) = ?$ $\underbrace{\tan\alpha = \frac{۴}{۳}}$, α در ربع سوم

$\sin , \cos < ۰$

$\tan , \cot > ۰$



$$= \cos\alpha \times (-\sin\alpha) + \cot\alpha$$

$$= -\frac{۳}{۵} \times \frac{۴}{۵} + \frac{۳}{۴} = \frac{-۱۲}{۲۵} + \frac{۳}{۴} = \frac{-۴۸+۷۵}{۱۰۰} = \boxed{\frac{۲۷}{۱۰۰}}$$

سوال ⑧ =

$۳\cos ۴x + \sqrt{۲}\sin x - \sqrt{۲}\cos x$, $x = \frac{\pi}{۱۲}$

$$= ۳\cos ۴x + \sqrt{۲}(\underbrace{\sin x - \cos x}_{\sqrt{۲}\sin(x-\frac{\pi}{۴})}) = ۳\cos ۴(\frac{\pi}{۱۲}) + ۲\sin(\frac{\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۴}) = ۳\cos\frac{\pi}{۳} + ۲\sin(-\frac{\pi}{۶})$$

$$= \frac{۳}{۲} - ۱ = \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

سوال ⑨ =

$\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = ?$, $\tan(\frac{\alpha}{۲}) = \frac{۱}{۴}$

★ $\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$ ★ $\sin ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$

★ $\cos ۲\alpha = \frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$

$$\tan\alpha = \tan ۲(\frac{\alpha}{۲}) = \frac{۲\tan(\frac{\alpha}{۲})}{۱-\tan^۲(\frac{\alpha}{۲})} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۵}{۱۶}} = \frac{۱۶}{۳۰} = \underbrace{\frac{۸}{۱۵}}$$

$$\cos\alpha = \cos ۲(\frac{\alpha}{۲}) = \frac{۱-\tan^۲(\frac{\alpha}{۲})}{۱+\tan^۲(\frac{\alpha}{۲})} = \frac{\frac{۱۵}{۱۶}}{\frac{۱۷}{۱۶}} = \underbrace{\frac{۱۵}{۱۷}}$$

$$\sin\alpha = \sin ۲(\frac{\alpha}{۲}) = \frac{۲\tan(\frac{\alpha}{۲})}{۱+\tan^۲(\frac{\alpha}{۲})} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۷}{۱۶}} = \underbrace{\frac{۸}{۱۷}}$$

$$\rightarrow \frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\frac{۸}{۱۵} - \frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷} - \frac{۱۵}{۱۷}} = \boxed{\frac{-۱۶}{۱۰۵}}$$

سوال ⑩ =

$۲\sin\alpha < \sin ۲\alpha$, $۰ < \frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}$ α در ربع ؟

$$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > ۰ \longrightarrow \frac{\cos\alpha}{\underbrace{\sin^۲\alpha}_{\oplus}} > ۰ \longrightarrow \cos\alpha > ۰ \ \text{I}$$

$\text{I} , \text{II} \rightarrow$ $\boxed{\text{ربع چهارم}}$

$$۲\sin\alpha < \sin ۲\alpha \longrightarrow \cancel{۲}\sin\alpha < \cancel{۲}\sin\alpha\cos\alpha \longrightarrow \sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha > ۰$$

$$\sin\alpha(\underbrace{\cos\alpha - ۱}_{\ominus}) > ۰ \longrightarrow \sin\alpha < ۰ \ \text{II}$$