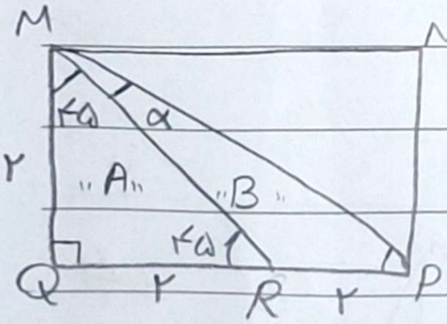
Subject ______ Date : / /

پریسا طباطبایی «به نام خداوند بخشنده مهربان» - یازدهم دختر B - تکلیف شماره‌ی 27

1) S مثلث $= \frac{1}{2} \times$ ضلع $\times$ ضلع $\times \sin$ زاویه میان $\Rightarrow \cancel{6}^{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times \sin\alpha = \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{2}}$

$\sin\alpha = \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2\cancel{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \leftarrow$ sin زاویه‌ی مورد نظر

مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ است پس زاویه های مورد بحث باید میان ۰ و ۱۸۰ باشند؛ اولین زاویه‌ای که $\sin = \frac{\sqrt{3}}{2}$ دارد ۶۰ درجه است و از آن جایی که زاویه های مکمل با هم sin های برابر دارند زاویه دیگر ۱۲۰ است، داریم ← $\frac{120}{60} = 2$ پاسخ نهایی



2) مساحت مثلث های A و B باهم برابر می باشد زیرا ارتفاع یکسان دارند و اندازه‌ی قاعده‌ی هر دو ۲ می باشد.

راه اول: مساحت A : $\frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2}} = 2 =$ مساحت B

$MR = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$ ، $MP = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

S مثلث $B = \cancel{2}\sqrt{2} \times \cancel{2}\sqrt{5} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \sin\alpha = \cancel{2} \rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ، $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} \rightarrow \boxed{\cot\alpha = 3}$ پاسخ نهایی

راه دوم: $\tan(45+\alpha) = \frac{4}{2} = 2$ طبق شکل ، $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$

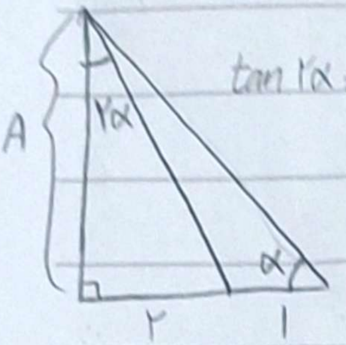
$\rightarrow \tan(45+\alpha) = \frac{\tan 45 + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha \tan 45} = \frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha} = 2$

$1 + \tan\alpha = 2 - 2\tan\alpha \rightarrow 3\tan\alpha = 1 \rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \boxed{\cot\alpha = 3}$

پاسخ نهایی

Subject ______ Date: / /

(3



$\tan 2\alpha = \frac{2}{A}$, $\tan\alpha = \frac{A}{3}$ $\Bigg\}$ $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{\frac{2A}{3}}{1-\frac{A^2}{9}}$

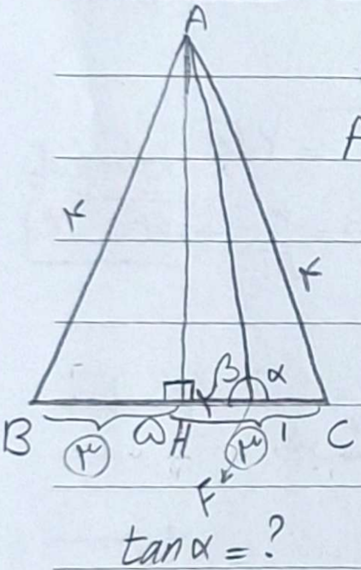
$\Rightarrow \frac{\frac{2A}{3}}{\frac{9-A^2}{\cancel{9}\,3}} = \frac{6A}{9-A^2} = \frac{2}{A}$

$\cot\alpha = ?$

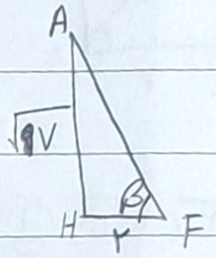
$\rightarrow 6A^2 = 18 - 2A^2 \rightarrow 8A^2 = 18 \rightarrow A^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \rightarrow A = \frac{3}{2}$

$\cot\alpha = \frac{3}{A} = \frac{\frac{3}{1}}{\frac{3}{2}} = 2$ پاسخ نهایی

(4



$AH^2 + 9 = 16 \rightarrow AH = \sqrt{7}$



$\tan\beta = -(\tan\alpha) \rightarrow \tan\beta = \frac{2}{\sqrt{7}}$

طبق شکل

β و α مکمل هم هستند و tan زوایای مکمل قرینه هم هستند

$\tan\alpha = ?$

$\Rightarrow \tan\alpha = -\frac{2}{\sqrt{7}}$ پاسخ نهایی

NOTEBOOK

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3} \rightsquigarrow \frac{1}{3} + ? = 1$ ۵)

$2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ $\qquad ? = \frac{2}{3} \rightarrow \cos^2 x = \frac{2}{3}$

$\tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cancel{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{3}} = 2$ پاسخ نهایی

---

۶) کسر اول cos ها را به sin تبدیل کرده می‌نویسیم و کسر دوم sin ها را به cos تبدیل کرده می‌نویسیم:

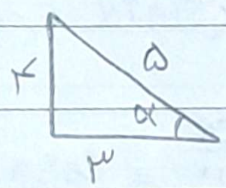
$$\frac{\sin^4\alpha + 4\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha} - \frac{\cos^4\alpha + 4\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha} \Rightarrow \frac{\sin^4\alpha + 4(1-\sin^2\alpha)}{1+(1-\sin^2\alpha)} - \frac{\cos^4\alpha + 4(1-\cos^2\alpha)}{1+(1-\cos^2\alpha)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^4\alpha + 4 - 4\sin^2\alpha}{2-\sin^2\alpha} - \frac{\cos^4\alpha + 4 - 4\cos^2\alpha}{2-\cos^2\alpha} \Rightarrow \frac{(2-\sin^2\alpha)^{\cancel{2}}}{\cancel{2-\sin^2\alpha}} - \frac{(2-\cos^2\alpha)^{\cancel{2}}}{\cancel{2-\cos^2\alpha}}$$

$$\Rightarrow 2 - \sin^2\alpha - 2 + \cos^2\alpha = -\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \boxed{\cos 2\alpha}$$ پاسخ نهایی

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$ ۷)

$\Rightarrow (\cos\alpha)(-\sin\alpha) + \cot\alpha = \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{4} \rightarrow 0/75$



$-\frac{12}{25} = -0/48$

$0/75 - 0/48 = \boxed{0/27}$ پاسخ نهایی

---

۸) $x = \frac{\pi}{12} \rightarrow 3\cos\frac{4\pi}{12} + \sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{12} - \cos\frac{\pi}{12}\right) = ?$

(I) "$\sin\frac{\pi}{12} < \cos\frac{\pi}{12}$"

$(\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{12}} 1 - \sin\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

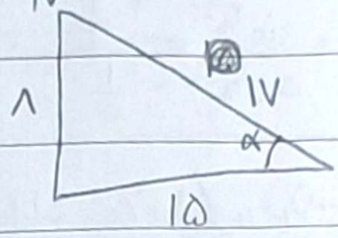
$\sqrt{\sin\frac{\pi}{12} - \cos\frac{\pi}{12}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{(I)} -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad ? = 3\times\frac{1}{2} + \sqrt{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

پاسخ نهایی $= \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

Subject ______________________ Date : / /

(9) $\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = ?$

$\sin\alpha = \frac{8}{17} , \cos\alpha = \frac{15}{17}$



$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{4}$

$\tan\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{2\times\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{15}{16}} = \frac{8}{15}$

$\frac{\frac{8}{15}-\frac{8}{17}}{\frac{8}{17}-\frac{15}{17}} = \frac{\frac{136-120}{225}}{-\frac{7}{17}} = \frac{\frac{16}{225}}{-\frac{7}{17}} = \frac{272}{1575}$

پاسخ نهایی

---

(10) $2\sin\alpha < \sin2\alpha$ (I) , $0 < \frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}$ (II)

(II) : $\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\frac{\sin\alpha}{1}} = \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} > 0 \xrightarrow{\sin^2\alpha > 0} \underbrace{\cos\alpha > 0}_{m}$

(I) : $2\sin\alpha < \sin2\alpha \longrightarrow 2\sin\alpha < 2\sin\alpha\cos\alpha \Rightarrow 2\sin\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha < 0$

$\Rightarrow 2\sin\alpha\,(1-\cos\alpha) < 0$ طبق نتیجه‌گیری m که بزرگتر از صفر است

$(1-\cos\alpha)$ هم بزرگتر از صفر است پس اونی که کوچکتر از صفر است $\sin\alpha$ است.

$\Rightarrow \sin\alpha < 0 , \cos\alpha > 0 \longrightarrow$ $\boxed{\text{ربع چهارم}}$ پاسخ نهایی