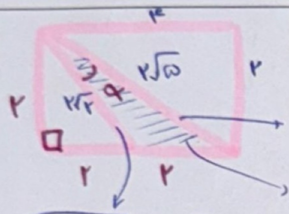
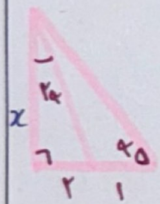
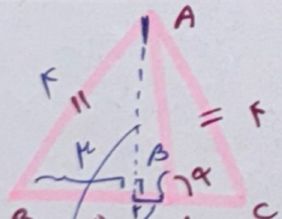
۲۰

نام و نام خانوادگی ...مانا پاشاییان... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ کلاس یازدهم دهم B

۱	S = ۴۵ √۳، ۶ $S = \frac{1}{2} ab \sin\alpha \to \frac{1}{2} \times ۲\sqrt{۳} \times \sqrt{۳} \times \sin\alpha = \frac{۹}{۴}$ $\sin\alpha = \frac{۳ \times \sqrt{۳}}{۲\sqrt{۳} \times \sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \to \alpha = ۶۰^\circ \text{ یا } ۱۲۰^\circ \Rightarrow \frac{max}{min} = \frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲$
۲	 cot α = ? $\sqrt{۴^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$ $\sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = ۲\sqrt{۲}$ فرمول کسینوس ها → $۲ = \sqrt{(۲\sqrt{۲})^۲ + (۲\sqrt{۵})^۲ - ۲ \times ۲\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۵} \times \cos\alpha}$ $۲ = \sqrt{۸ + ۲۰ - ۸\sqrt{۱۰}\cos\alpha} \Rightarrow ۴ = ۲۸ - ۸\sqrt{۱۰}\cos\alpha \Rightarrow$ (توان ۲) $۸\sqrt{۱۰}\cos\alpha = ۲۴ \to \cos\alpha = \frac{۲۴}{۸\sqrt{۱۰}} \times \frac{\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۱۰}}$ $\cos\alpha = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ $۱ + \tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow \tan^۲\alpha = \frac{۱۰}{۹} - ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۹} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۱}{۳}$ cot α = ۳
۳	 cot α = ? $\tan ۲\alpha = \frac{۲}{x} \to \tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱ - \tan^۲\alpha} \Rightarrow \frac{۲}{x} = \frac{\frac{۲x}{۳}}{۱ - \frac{x^۲}{۹}} = \frac{۱۸x}{۳(۹ - x^۲)}$ $\tan\alpha = \frac{x}{۳}$ $\frac{۶x}{۹ - x^۲} = \frac{۲}{x}$ $۳x^۲ = ۹ - x^۲ \Rightarrow ۴x^۲ = ۹$ $x^۲ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow x = \pm \frac{۳}{۲} \to x = \frac{۳}{۲}$ $\cot\alpha = \frac{۳}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۶}{۳} = ۲$
۴	 tan α = ? $\sqrt{۴^۲ - ۳^۲} = \sqrt{۷}$ $\tan\beta = \frac{\sqrt{۷}}{۲} \Rightarrow$ $\alpha = \pi - \beta$ $\tan(\pi - \beta) = -\tan\beta \Rightarrow -\frac{\sqrt{۷}}{۲}$ (tan α)
۵	$۲\sin^۲ x + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳} \to \tan^۲ x = ?$ $\sin^۲ x + \sin^۲ x + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳} \to \sin^۲ x = \frac{۴}{۳} - ۱ \Rightarrow \sin^۲ x = \frac{۱}{۳}$ $۱ + \cot^۲ x = \frac{۱}{\sin^۲ x} \Rightarrow \cot^۲ x = ۳ - ۱ = ۲ \Rightarrow \tan^۲ x = \frac{۱}{۲}$

۶

$$\frac{\sin^4\alpha+4\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}-\frac{\cos^4\alpha+4\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}=\frac{(1-\cos^2\alpha)^2+4\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}-\frac{(1-\sin^2\alpha)^2+4\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}$$

$(1-\cos^2\alpha)^2$ $\quad$ $(1-\sin^2\alpha)^2$

صورت کسر اول: $1+\cos^4\alpha-2\cos^2\alpha+4\cos^2\alpha=1+2\cos^2\alpha+\cos^4\alpha\to(\cos^2\alpha+1)^2$

صورت کسر دوم: $1+\sin^4\alpha-2\sin^2\alpha+4\sin^2\alpha=1+2\sin^2\alpha+\sin^4\alpha\to(\sin^2\alpha+1)^2$

$$\frac{(1+\cos^2\alpha)^2}{1+\cos^2\alpha}-\frac{(1+\sin^2\alpha)^2}{1+\sin^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\boxed{\cos2\alpha}$$

۷

$\tan\alpha=\frac{4}{3}$ $\quad$ $\alpha\to$ ربع سوم

(مثلث با اضلاع ۴ و ۳ و وتر ۵) $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$, $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$

$\cot\alpha=+\frac{3}{4}$

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right)\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)-\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)-\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\cos\alpha\times-\sin\alpha+\cot\alpha$$

$$-\frac{3}{5}\times-\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{4}=\frac{-12}{25}+\frac{3}{4}=\frac{-48+75}{100}=\frac{27}{100}$$

۸

$(3\cos4x+\sqrt2\sin x-\sqrt2\cos x)$ if $x=\frac{\pi}{12}$

$$3\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt2\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)-\sqrt2\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=$$

$$\sqrt2\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\sqrt2\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\to\sqrt2\sin\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{4}\right),\quad \frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{6}$$

$$3\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt2\times\sqrt2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$3\times\frac{1}{2}+2\times-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$$

۹

$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=$

$$\tan\alpha=\frac{2\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{2\times\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{16}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{15}{16}}=\frac{8}{15}$$

(مثلث با اضلاع ۸ و ۱۵) $\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17$

$\sin\alpha=\frac{8}{17}$, $\cos\alpha=\frac{15}{17}$

$$\frac{\frac{8}{15}-\frac{8}{17}}{\frac{8}{17}-\frac{15}{17}}=\frac{\frac{8(17-15)}{15\times17}}{\frac{-7}{17}}=\frac{-16}{105}$$

۱۰

$2\sin\alpha<\sin2\alpha$, $0<\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}$ ① $\qquad$ انتهای α در کدام ربع؟

$$\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\frac{\sin\alpha}{1}}>0\Rightarrow\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}>0\Rightarrow\boxed{\cos\alpha>0}\Rightarrow0<\cos\alpha<1$$

$$2\sin\alpha<2\sin\alpha\cos\alpha$$

→ چون در $\cos\alpha$ بین ۰ و ۱ است ضرب شده بود [illegible] اگر $\sin\alpha>0$ باشد

خواهد شد، پس خواهیم داشت $2\sin\alpha>2\sin\alpha\cos\alpha$ در نتیجه $\sin\alpha$ باید منفی باشد تا

نامساوی فوق درست باشد ⇐ $\boxed{\sin\alpha<0}$ ②

①,② → α در ربع چهارم