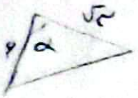
آیدا تجرزاد یازدهم تجربی B تکلیف ۲۷

①

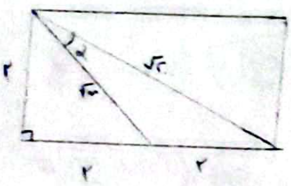
$S=\frac{۱}{۲}\times ۶\times\sqrt{۳}\times\sin\alpha=\frac{۹}{۲}$



$\sin\alpha=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow$ یا $۶۰^\circ=\alpha$ ، $۱۲۰^\circ=\alpha$ $\quad \frac{۱۲۰}{۶۰}=۲$

---

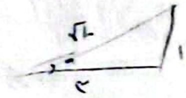
②



$\cot\alpha=?$

$S_{\text{مثلث}}=۴\times۲-\left(\frac{۴}{۲}+\frac{۸}{۲}\right)=۲$

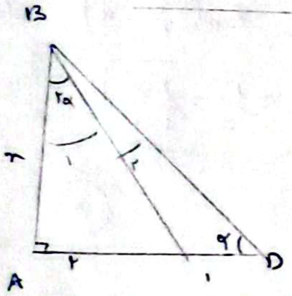
$S_{\text{مثلث}}=\sqrt{۲۰}\times\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۸}\times\sin\alpha=۲\longrightarrow\sin\alpha=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$



$\longrightarrow\cot\alpha=\frac{۳}{۱}$

---

③



$\cot\alpha=?\quad \tan B_1=\frac{AC}{AB}\rightarrow\tan ۲\alpha=\frac{۳}{x}$

$\tan D=\frac{AB}{AD}\rightarrow\tan\alpha=\frac{x}{۳}$

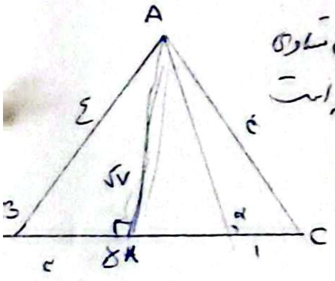
$\tan ۲\alpha=\frac{\frac{۲x}{۳}}{\frac{۹-x^۲}{۹}}\rightarrow\frac{۳}{x}=\frac{۶x}{۹-x^۲}\longrightarrow ۱۸-۲x^۲=۶x^۲\rightarrow ۸x^۲=۱۸$

$\cot\alpha=\frac{AD}{AB}=\frac{۳}{\cancel{x}}\Rightarrow\frac{۳}{\frac{۳}{۲}}$ ②

$x^۲=\frac{۹}{۴}\longrightarrow x=\frac{۳}{۲}$

---

④



AB = AC = ۴ چون متساوی

الساقین ⇐ AH میانه است

$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha=\frac{\sqrt{۷}}{۳}\rightarrow\tan\alpha=\frac{-\sqrt{۷}}{۳}$

---

⑤

$۲\sin^۲x+\cos^۲x=\frac{۴}{۳}\qquad \tan^۲x=?$

$\div\cos^۲x\quad ۲\tan^۲x+۱=\frac{۴}{۳}(۱+\tan^۲x)$

$۶\tan^۲x+۳=۴+۴\tan^۲x\rightarrow ۲\tan^۲x=۱\longrightarrow\tan^۲x=\frac{۱}{۲}$

⑥

$$A = \frac{\sin^{۴}\alpha + ۴\cos^{۲}\alpha}{۱+\cos^{۲}\alpha} - \frac{\cos^{۴}\alpha + ۴\sin^{۲}\alpha}{۱+\sin^{۲}\alpha}$$

$$A = \frac{(۱-\cos^{۲}\alpha)^{۲} + ۴\cos^{۲}\alpha}{۱+\cos^{۲}\alpha} - \frac{(۱-\sin^{۲}\alpha)^{۲} + ۴\sin^{۲}\alpha}{۱+\sin^{۲}\alpha}$$

$$A = \frac{(۱+\cos^{۲}\alpha)^{۲}}{۱+\cos^{۲}\alpha} - \frac{(۱+\sin^{۲}\alpha)^{۲}}{۱+\sin^{۲}\alpha} = \boxed{\cos ۲\alpha}$$

---

⑦

$$\tan\alpha = \frac{۴}{۳}$$

$$\overbrace{\underbrace{\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right)}_{-\frac{۳}{۵}}\underbrace{\cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right)}_{\frac{۴}{۵}}-\tan\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right)}^{\frac{۳}{۴}} = ?$$

$$۱+\frac{۱۶}{۹} = \frac{۱}{\cos^{۲}\alpha} \rightsquigarrow \cos^{۲}\alpha = \frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\text{ربع ۳}} \cos\alpha = -\frac{۳}{۵}$$

$$\sin^{۲}\alpha = ۱-\cos^{۲}\alpha \rightarrow \sin^{۲}\alpha = \frac{۱۶}{۲۵} \xrightarrow{\text{ربع ۳}} \sin\alpha = -\frac{۴}{۵}$$

$$\cot\alpha = \frac{۳}{۴}$$

$$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right) = \left(\sin(۴\pi+\frac{\pi}{۲}+\alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{۲}+\alpha\right) = \cos\alpha = -\frac{۳}{۵}$$

$$\cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right) = \cos\left(۲\pi+\frac{۳\pi}{۲}-\alpha\right) = \cos\left(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha\right)$$

$$\rightarrow \sin\alpha = \frac{۴}{۵}$$

$$\tan\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right) = -\tan\left(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha\right) = -\cot\alpha = -\frac{۳}{۴}$$

$$-\frac{۳}{۵}\times\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۴} = \boxed{\frac{۲۷}{۱۰۰}}$$

---

⑧

$$(۳\cos ۴x + \sqrt{۲}\sin x - \sqrt{۲}\cos x)$$

$$x = \frac{\pi}{۱۲} \qquad \cos\frac{۴\pi}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\sqrt{۲}(\sin x - \cos x) = \sqrt{۲}\times\sqrt{۲}\sin\left(x-\frac{\pi}{۴}\right) = ۲\sin\left(-\frac{\pi}{۶}\right) = -۱$$

جو $\boxed{\frac{۳}{۲} - ۱ = \frac{۱}{۲}}$

$$\frac{\frac{۸}{۱۵}-\frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷}-\frac{۱۵}{۱۷}} = \boxed{\frac{-۱۶}{۱۰۵}}$$

$$\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = ?$$

⑨

$$\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right) = \frac{۱}{۴} \qquad \tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{۱-\tan^{۲}\frac{\alpha}{۲}} = \frac{۸}{۱۵}$$

$$۱+\tan^{۲}\alpha = \frac{۱}{\cos^{۲}\alpha}$$

$$۱+\frac{۶۴}{۲۲۵} = \frac{۱}{\cos^{۲}\alpha} \rightarrow \cos^{۲}\alpha = \frac{۲۲۵}{۲۸۹}$$

~~۱ + ...~~

$$\cos\alpha = \frac{۱۵}{۱۷} \rightarrow \sin\alpha = \sqrt{۱-\frac{۲۲۵}{۲۸۹}} = \boxed{\frac{۸}{۱۷}}$$

---

⑩

$$۲\sin\alpha < \sin ۲\alpha$$

$$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin^{۲}\alpha}$$

چون $\sin^{۲}\alpha$ همیشه مثبت است بستگی به علامت صورت

$\cos\alpha > ۰$ ← ربع ۱ یا ۴

$\sin\alpha < ۰$ ← ربع ۳ یا ۴

تقاطع فقط ربع ۴

$$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > ۰ \quad \cos\alpha \text{ مثبت است}$$

$\cos\alpha > ۰ \implies$ در ربع اول یا چهارم

$$۰ < \frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}$$

ربع ۴ ← جواب

$$\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$$

جایگذاری

$$۲\sin\alpha\cos\alpha > ۲\sin\alpha$$

دو تا ۲ را حذف میکنیم: $\sin\alpha(\cos\alpha - ۱) > ۰$

چون $\cos\alpha - ۱$ فقط در صورتی صفر میشه که $\cos\alpha = ۱$ برای اینکه حاصل ضرب بزرگتر از صفر باشه

پس باید منفی باشه $\sin\alpha < ۰$ چون $(\cos\alpha - ۱) < ۰$