ستاره مرادی ، شماره تکلیف : 27 ، یازدهم تجربی B

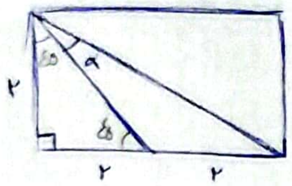
1. مثلث ABC با اضلاع $\sqrt{3}$ ، 6 ، و زاویه بین آن‌ها (α) مفروض است. اگر مساحت این مثلث 4.5 باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

$S = \frac{1}{2} ab \sin\alpha \Rightarrow \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 \times \sin\alpha = 4.5$

$\sin\alpha = \frac{4.5}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow \alpha = \begin{matrix} 60^\circ \\ 120^\circ \end{matrix} \Rightarrow \frac{120}{60} =$ ۲ برابر

---

2. در شکل مقابل مقدار $\cot\alpha$ را بیابید؟



$\cot(\alpha + 45) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\cot(\alpha + 45) = \frac{1 - \tan\alpha \tan 45^\circ}{\tan\alpha + \tan 45} = \frac{1 - \tan\alpha}{\tan\alpha + 1}$

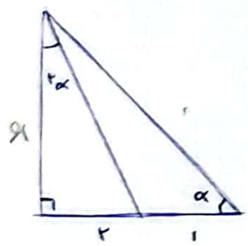
$\frac{1 - \tan\alpha}{1 + \tan\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 - 2\tan\alpha = 1 + \tan\alpha$

$3\tan\alpha = 1 \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{3}$

$\boxed{\cot\alpha = 3}$

---

3. در شکل مقابل مقدار $\cot\alpha$ را بیابید؟



$\tan\alpha = \frac{x}{3}$

$\tan 2\alpha = \frac{2}{x} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{\frac{2x}{3}}{\frac{9 - x^2}{9}} \Rightarrow \frac{6x}{9 - x^2} = \frac{2}{x}$

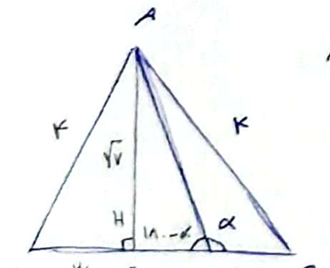
$6x^2 = 18 - 2x^2 \Rightarrow 8x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{3}{2}$

منفی غیر قابل قبول است!

$\tan\alpha = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\cot\alpha = 2}$

---

4. در شکل مقابل مثلث ABC متساوی الساقین است، مقدار $\tan\alpha$ را بیابید؟



$AH \leftarrow$ ارتفاع و میانه

$\overset{\triangle}{AHC} \Rightarrow AH^2 + 9 = 16$

$AH = \sqrt{7}$

$\overset{\triangle}{AEH} \Rightarrow \tan(180 - \alpha) = \frac{\sqrt{7}}{2}$

$\tan(180 - \alpha) = -\tan\alpha \Rightarrow \boxed{\tan\alpha = \frac{-\sqrt{7}}{2}}$

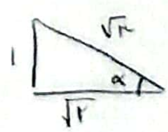
---

5. اگر $2\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{4}{3}$ باشد حاصل $\tan^2 x$ را بیابید؟

$\sin^2 x + \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} = \frac{4}{3}$

$\sin^2 x = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} \rightarrow \sin x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$



با توجه به شکل $\Rightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan^2 x = \frac{1}{2}$

$\tan^2 x = (\tan x)^2 = \left(\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}\right)^2 = \boxed{\frac{1}{2}}$

Scanned with CamScanner

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ ساده شود عبارت $\frac{\sin^4\alpha+2\cos^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}-\frac{\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha}{1+\sin^2\alpha}$ با توجه به اینکه

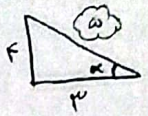
$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha \quad \sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$

$$\frac{\sin^4\alpha+2(1-\sin^2\alpha)}{1+(1-\sin^2\alpha)}-\frac{\cos^4\alpha+2(1-\cos^2\alpha)}{1+(1-\cos^2\alpha)}\Rightarrow\frac{\sin^4\alpha+2-2\sin^2\alpha}{2-\sin^2\alpha}-\frac{\cos^4\alpha+2-2\cos^2\alpha}{2-\cos^2\alpha}$$ 6

$$\frac{(2-\sin^2\alpha)^2}{2-\sin^2\alpha}-\frac{(2-\cos^2\alpha)^2}{2-\cos^2\alpha}=2-\sin^2\alpha-(2-\cos^2\alpha)=2-\sin^2\alpha-2+\cos^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\boxed{\cos 2\alpha}$$

اگر $\tan\alpha=\frac{3}{4}$، آنگاه کمان α در کدام ربع مثلثاتی است؟ حاصل عبارت مقابل را بیابید.

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right)\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)-\tan\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)$$



ربع سوم ← sin و cos منفی

$$(\cos\alpha)\times(-\sin\alpha)+\cot\alpha$$

$$-\frac{3}{5}\times-\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{4}\Rightarrow-\frac{12}{25}+\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{-48+75}{100}=\boxed{\frac{27}{100}}$$ 7

حاصل عبارت $2\cos 4\eta+\sqrt{2}(\sin\eta-\cos\eta)$ به ازای $\eta=\frac{\pi}{12}$ چند است؟

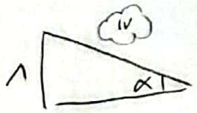
$$2\cos 4\eta+\sqrt{2}(\sin\eta-\cos\eta)$$

$$2\cos\frac{\pi}{3}+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{4}\right)\right)\Rightarrow\frac{2}{2}+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}\times\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$$ 8

$$\frac{2}{2}+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}\times-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\frac{2}{2}-1\Rightarrow\boxed{\frac{1}{2}}$$

اگر $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{1}{4}$ حاصل $\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$ را بیابید.

$$\tan\alpha=\frac{2\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}=\frac{2\times\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{16}}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}}{\frac{15}{16}}\Rightarrow\frac{16}{30}=\boxed{\frac{8}{15}}$$



$$\omega=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17$$ 9

$$\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\frac{8}{15}-\frac{8}{17}}{\frac{8}{17}-\frac{15}{17}}=\frac{\frac{136-120}{255}}{\frac{136-255}{289}}=\frac{\frac{16}{255}}{\frac{-119}{289}}=\boxed{-\frac{16}{105}}$$

اگر $\sin 2\alpha<2\sin\alpha$ ، $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}<0$ آنگاه کمان α در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

$$\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\sin\alpha}>0\Rightarrow\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}>0\Rightarrow\cos\alpha>0$$

$$2\sin\alpha<2\sin\alpha\cos\alpha\Rightarrow\sin\alpha<0$$

$0<\sin<1$

$\cos\alpha+$
$\sin\alpha-$

ربع چهارم

10