نام و نام خانوادگی: زارعی‌نیا کلاس: ۲۷ "مرحله پایانی" B بازدهم دختر

۱۹,۷۵

$\sqrt{۳۲}$ ، ۶ ، $\hat{\alpha}$ $S = ۶/۵$ بیشترین مقدار α $= ۱۲۰^\circ$ کمترین مقدار α $= ۶۰^\circ$

۱) $S_{\text{مثلث}} = \frac{\sqrt{۳۲} \times ۶ \times \sin\alpha}{۲} = ۶/۵ \rightarrow ۳\sqrt{۲} \times \sin\alpha = ۶/۵ \rightarrow \sin\alpha = \frac{۶/۵}{۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\Rightarrow \alpha = ۶۰^\circ$ یا $\alpha = ۱۲۰^\circ$ $\frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲$ برابر

---

۲) $AD^۲ + DP^۲ = AP^۲ \rightarrow \sqrt{۴+۴} = ۲\sqrt{۲} = AP$

$AC = \sqrt{۴+۱۶} = ۲\sqrt{۵}$

① $S_{ADC} = ۲ \times ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۲$

② $S_{ADC} = \frac{۲\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۵} \times \sin\alpha}{۲} = ۲ \rightarrow ۴\sqrt{۱۰} \times \sin\alpha = ۴ \rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$

$۱ + \cot^۲ = \frac{۱}{\sin^۲} \rightarrow \cot^۲ = ۱۰ - ۱ = ۹ \rightarrow \cot\alpha = \pm ۳$

$\cot\alpha = -۳$ ✗

---

۳) $\left.\begin{array}{l} \hat{ABC} = \tan ۲\alpha = \frac{۲}{x} \\ \hat{ABC} = \tan\alpha = \frac{x}{۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\frac{۶x}{۳}}{\frac{۹-x^۲}{۹}} = \frac{۲}{x} \rightarrow \frac{۶x}{۹-x^۲} = \frac{۲}{x} \rightarrow ۶x^۲ = ۱۸ - ۲x^۲$

$\rightarrow ۸x^۲ = ۱۸ \rightarrow x^۲ = \frac{۱۸}{۸} \rightarrow x^۲ = \frac{۹}{۴} \rightarrow x = \frac{۳}{۲}$

$\tan\alpha = \frac{x}{۳} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \cot\alpha = ۲$

---

۴) $\alpha^۲ + \beta^۲ = ۱۸۰ \rightarrow \tan\alpha = -\tan\beta \rightarrow \tan\alpha = \frac{-\sqrt{۷}}{۲}$

$\left.\begin{array}{l} BH = HC = ۴ \\ HD = ۵ - ۱ = ۴ \end{array}\right\} \rightarrow AD = \sqrt{۷+۴} = \sqrt{۱۱} \rightarrow \tan\beta = \frac{\sqrt{۱۱}}{۲}$

$AH^۲ + BH^۲ = AB^۲ \rightarrow AH^۲ = ۱۶ - ۹ = ۷ \rightarrow AH = \sqrt{۷}$

$\tan = ?$ $۲\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = \frac{۶}{۴} \rightarrow \sin^۲\alpha + \sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = \frac{۶}{۴} \rightarrow \sin^۲\alpha = \frac{۱}{۴}$

$\rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{۱}{۲}$

۱ ، $\sqrt{۳}$ ، α $\rightarrow \tan\alpha = \pm\frac{۱}{\sqrt{۳}} \rightarrow \tan^۲\alpha = \frac{۱}{۳}$

$\frac{\sin^2 x + 2\cos x}{1+\cos^2 x} - \frac{\sin x + \sin x}{1+\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x + 2(1-\sin^2 x)}{1+1-\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x + 2 - 2\sin^2 x}{2 - \sin^2 x} = \frac{(\sin^2 x - 2)}{-(\sin^2 x - 2)}$

کسر اول $= (2 - \sin^2 x)$ / کسر دوم $= \frac{2\cos^2 x + 2(1-\cos^2 x)}{1+1-\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + 2}{2 - \cos^2 x}$ ⑤

کسر دوم $= (2\cos^2 x + 1)$ $\Rightarrow (2 - \sin^2 x) - (2\cos^2 x + 1) = -\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1$

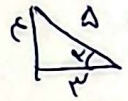
$= -(\cos^2 x - 2) = -(\cos 2x + 1) + 1 = -\cos 2x$

$\Rightarrow \frac{-\cos 2x}{2} = -\frac{1}{2}\cos 2x$

$\tan\alpha = \frac{3}{4}$ α ربع سوم

$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \tan(\alpha - \frac{\pi}{2}) = (-\sin\alpha)(\sin\alpha) - (-\cot\alpha)$

$= -\sin^2\alpha + \cot\alpha = -\frac{9}{25} + \frac{4}{3} = \frac{-27 + 100}{75} = \frac{73}{75}$ ⑤



$x = \frac{11\pi}{12}$ $(\sqrt{6}\cos x + \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x) = 4\cos^2 x + \sqrt{2}(\sin x - \cos x) = 4\cos^2\frac{11\pi}{12} + \sqrt{2}(\sin x - \cos x)$

$= 4\cos^2(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{2}) + \sqrt{2}(\sin x - \cos x) \xrightarrow{①} 4\sin^2\frac{\pi}{12} + \sqrt{2}(\sin x - \cos x) = 4(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}) + \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2})$

$= 2 - 2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 3 - 3\sqrt{3}$ ⑤

① $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$

$\tan(\frac{\pi}{8}) = \frac{1}{3}$

$\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\frac{2\tan(\frac{\alpha}{2})}{1-\tan^2(\frac{\alpha}{2})} - \frac{\tan(\frac{\alpha}{2})}{1+\tan^2(\frac{\alpha}{2})}}{\frac{2\tan(\frac{\alpha}{2})}{1+\tan^2(\frac{\alpha}{2})} - \frac{1-\tan^2(\frac{\alpha}{2})}{1+\tan^2(\frac{\alpha}{2})}} = \frac{\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}} - \frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{9}}}{\frac{2\times\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{9}} - \frac{1-\frac{1}{9}}{1+\frac{1}{9}}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{3}{5} - \frac{4}{5}}$

$= \frac{\frac{21}{28} - \frac{7}{28}}{\frac{6}{10} - \frac{8}{10}} = \frac{\frac{14}{28}}{-\frac{2}{10}} = -\frac{10}{2} = -5$ ⑤ ب)

$2\sin\alpha < \sin 2\alpha \longrightarrow 2\sin\alpha < 2\sin\alpha\cos\alpha \longrightarrow 2\sin\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha < 0$

$\longrightarrow 2\sin\alpha(1 - \cos\alpha) < 0 \longrightarrow \sin\alpha < 0$ ④ (ناشفی)

$\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha} > 0 \longrightarrow \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} > 0 \longrightarrow \cos\alpha > 0$ ①

④ و ① = ربع چهارم است