۱ـ

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \Rightarrow \sin\alpha > 0$$

$$\frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \cos\alpha > 0$$

ناحیه اول

۲ـ

$$-\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \rightarrow \Rightarrow -\frac{1}{2} < \sin 2x < 1$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} < 1$$

$$\Rightarrow -1 < m < 5$$

۳ـ

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\frac{1}{2}\sin 2x} = -3 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{2}{3} \Rightarrow \sin x\cos x = -\frac{1}{3}$$

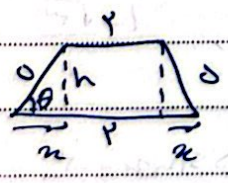
$$\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} = \frac{1}{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x\cos x)}$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)(1 + \frac{1}{3})} = \frac{1}{\frac{4}{3}(\sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}))}$$

$$\frac{3\pi}{4} < x < \pi \rightarrow \pi < x + \frac{\pi}{4} < \pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin(x + \frac{\pi}{4}) < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} < \frac{4\sqrt{2}}{3}\sin(x + \frac{\pi}{4}) < 0$$

۴ـ



$$\cos\theta = \frac{x}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow x = 3$$

$h \xrightarrow{\text{مثلث طلایی}} \underline{\underline{4}}$

$$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{1}{2}(4)(2+2+3+3)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S = 20}}$$

$\tan(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵) = \cot ۱۵ \qquad \tan(-۱۶۵) = \tan(۱۵)$ — ۵

$\sin(۱۰۹۵) = \sin(۱۵) \qquad \cos(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵) = -\sin(۱۵)$

$\underbrace{\cot(۱۵)\tan(۱۵)}_{۱} - \sin(۱۵)(-\sin(۱۵)) = \underbrace{۱ + \sin^۲ ۱۵}$

$\sin^۲ ۱۵ = \frac{۱-\cos ۳۰}{۲} = \frac{۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲} = \frac{۲-\sqrt{۳}}{۴} \qquad ۱ + \frac{۲-\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۶-\sqrt{۳}}{۴}$

$\sqrt{۳}\cos(۲۱۰) = \sqrt{۳} \times (-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = -\frac{۳}{۲}$ — ۶

$\sin(۲۴۳) = \sin(\frac{۳\pi}{۲} - ۲۷) \Rightarrow -\cos ۲۷$

$-\sqrt{۲}\sin(۱۳۵) = -\sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = -۱$

$\cos(۱۵۳) = -\cos ۲۷$

$A = \frac{-۳}{۲}(-\cos ۲۷) + \cos ۲۷ = \frac{۵}{۲}\cos ۲۷$ — $\frac{۵}{۲}$ برابر

$\left(\frac{\sin^۲(۳x)}{\sin^۲(۳x)}\right) ۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ — ۷

$= ۸\sin^۲ ۶x \times \cos^۲ ۶x = ۴\sin^۲ ۱۲x \times \cos^۲ ۱۲x = ۲\sin^۲ ۲۴x \times \cos^۲ ۲۴x$

$= \frac{\sin^۲(۴۸x)}{\sin^۲(۳x)} = \frac{\sin^۲(\frac{۴\pi}{۳})}{\sin^۲(\frac{\pi}{۱۲})} = \frac{(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲}{\frac{۱-\cos\frac{\pi}{۶}}{۲}} = \frac{\frac{۳}{۴}}{۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = ۶ + ۳\sqrt{۳}$

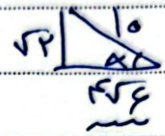
$\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x} = ۴ \Rightarrow ۱ - \sin x = ۴ + ۴\sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{۳}{۵}$ — ۸

$\Rightarrow \cos x = -\frac{۴}{۵} \qquad \tan\frac{x}{۲} = \frac{\sin x}{۱+\cos x} = \frac{-\frac{۳}{۵}}{۱-\frac{۴}{۵}} = -۳$

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{۲} \qquad \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\frac{\theta}{۲}$$ —۹

$$\Rightarrow k\cot\frac{\theta}{۲} = ۲\cot\frac{\theta}{۲} \Rightarrow k = ۲$$

$$\cos\left(\frac{۱۱\pi}{۴} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{۳\pi}{۴} + \alpha\right) = \cancel{\cos}$$ —۱۰



$$= \cos\frac{۳\pi}{۴} \cdot \cos\alpha - \sin\frac{۳\pi}{۴} \cdot \sin\alpha$$

$$= \frac{\sqrt{۲}}{۲} \cdot \frac{۴\sqrt{۶}}{۱۰} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} \cdot \frac{\sqrt{۲}}{۱۰} = \frac{-۱ + ۴\sqrt{۳}}{۱۰}$$