۱ـ اگر $\frac{1}{\sqrt{\cos^{۲}\alpha}} - \frac{1}{\cot} = \frac{1-\sin}{|\cos|}$ و $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^{۲}}}$ باشد انتهای کمان $\alpha$ ؟

ساهور عطبی بو

$$\frac{1}{\sqrt{\cos^{۴}\alpha}} - \frac{1}{\cot} = \frac{1-\sin}{|\cos|} \longrightarrow \frac{1}{|\cos|} - \frac{\sin}{\cos} = \frac{1-\sin}{|\cos|}$$

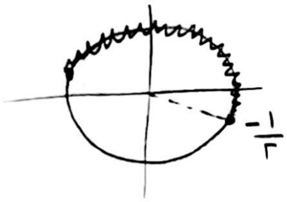
$$\to \frac{\cos - \sin|\cos|}{|\cos|\cos} = \frac{1-\sin}{|\cos|} \longrightarrow \cos = |\cos| \longrightarrow \boxed{\cos > 0}$$

$$\to \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^{۲}}} \longrightarrow \frac{\cos}{\sin} = \frac{\cos}{|\sin|} \longrightarrow \sin = |\sin| \longrightarrow \boxed{\sin > 0}$$

ناحیه ۱

---

۲ـ اگر $-\frac{\pi}{۱۲} < x < \frac{۵\pi}{۱۲}$ و $\sin ۲x = \frac{m-1}{۴}$ حدود تغییر m ؟



$-\frac{1}{۲} = \sin$

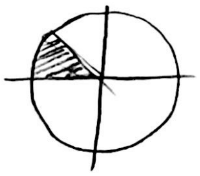
$-\frac{1}{۲} < \sin ۲x \le 1$

$$-\frac{\pi}{۶} < ۲x < \frac{۵\pi}{۶}$$

$$-\frac{1}{۲} < \frac{m-1}{۴} \le 1 \longrightarrow -۲ < m-1 \le ۴ \longrightarrow \boxed{-1 < m \le ۵}$$

---

۳ـ $\tan x + \cot x = -۳$ و $\pi < ۴x < ۴\pi$ باشد حاصل $\frac{1}{\sin^{۳}+\cos^{۳}}$ ؟



$$\frac{۳\pi}{۴} < x < \pi$$

$$\frac{\sin}{\cos} + \frac{\cos}{\sin}$$

$$\frac{1}{\sin\cos} = -۳$$

$$\sin\cos = -\frac{1}{۳}$$

$$\sin^{۳}+\cos^{۳} = \underbrace{(\sin+\cos)^{۳}}_{\sin^{۳}+\cos^{۳}+۳\sin\cos(\sin+\cos)} - ۳\sin\cos(\sin+\cos)$$

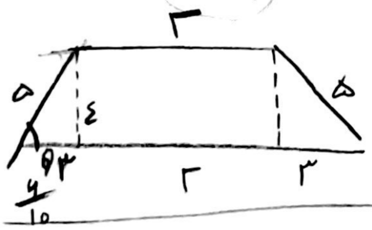
$$(\sin+\cos)^{۲} = \underbrace{\underbrace{\sin^{۲}+\cos^{۲}}_{1} + \underbrace{۲\sin\cos}_{-\frac{۲}{۳}}}_{\frac{1}{۳}} \Rightarrow \sin+\cos = \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)^{۳} - ۳\left(-\frac{1}{۳}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{۳}}\right) \qquad \frac{\cancel{۳}\sqrt{۳}}{۲\cancel{۷}۹} + \frac{1}{\sqrt{۳}}$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۹} + \frac{۳\sqrt{۳}}{۹} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۹} \longrightarrow \frac{1}{\sin^{۳}+\cos^{۳}} = \frac{۹}{۴\sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$$

---

۴ـ در ذوزنقه متساوی الساقین اندازه‌ی قاعده‌ی کوچک و ساق به ترتیب ۲ و ۵ است اگر $\cos\theta = \frac{۶}{۱۰}$ و $\theta$ زاویه بین ساق و یکی از قاعده‌ها باشد مساحت ذوزنقه؟



$$\frac{1}{\cancel{۲}} \times \cancel{۴}^{۲} \times (۲+۸) = \boxed{۲۰}$$

۱۸ (۱۰۸ ۴)

---

۵ـ حاصل عبارت $\tan(۲۸۵)\tan(-۱۶۵^{\circ}) - \sin(۱۰۹۵^{\circ})\cos(۲۵۵^{\circ})$ به صورت $k\cos^{۲}۱۵$. مقدار k ؟

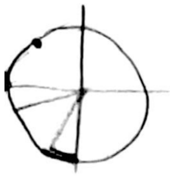
$$\underbrace{\tan\left(\frac{۳\pi}{۲}+۱۵\right)\tan(-\pi+۱۵)}_{-\cot \times \tan = \boxed{-1}}$$

$$\sin(۴\pi+۱۵) \quad \cos(۲۷۰-۱۵) \quad \cos\left(\frac{۳\pi}{۲}-۱۵\right)$$

$$\underbrace{-(\sin)(-\sin)}_{\sin^{۲}} \longrightarrow \sin^{۲}-1 = -\cos^{۲}$$

$$\boxed{k = -1}$$

۶ـ حاصل عبارت $\sqrt{۳}\,\underbrace{\cos(۲۱۰^\circ)}\,\sin(۲۴۳^\circ) - \sqrt{۲}\,\sin(۱۳۵^\circ)\cos(۱۵۳^\circ)$ چند برابر $\cos(۲۷^\circ)$ ؟



$$-\frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \sin(\frac{۳\pi}{۲} - ۲۷) - \sqrt{۲}\,\underbrace{\sin(۱۳۵)}_{\sqrt{۲}}\,\cos(\pi - ۲۷)$$

$$(\cancel{\sqrt{۳}})(-\frac{\cancel{\sqrt{۳}}}{۲})(-\cos ۲۷) - (\cancel{\sqrt{۲}})(\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۲}})(-\cos ۲۷)$$

$$\frac{۳}{۲}\cos ۲۷ + \cos ۲۷ = \boxed{\frac{۵}{۲}}$$

---

۷ـ $f(x) = ۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ باشد مقدار $f(\frac{\pi}{۳۶})$ ؟

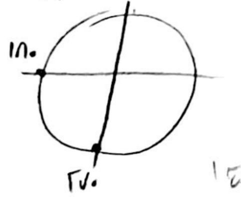
$$۱۶\cos^۲(\frac{\pi}{۱۲}) \times \cos^۲(\frac{\pi}{۶}) \times \cos^۲(\frac{\pi}{۳}) \times \cos^۲(\frac{۲}{۳}\pi)$$

$$\cos^۲\alpha = \frac{۱+\cos ۲\alpha}{۲} \to \cos^۲\frac{\pi}{۱۲} = \frac{۱+\cos\frac{\pi}{۶}}{۲} \to \frac{\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲}}{۲}$$

$$\cancel{۱۶}(\frac{۲+\sqrt{۳}}{۴})(\frac{۳}{۴}) \times (\frac{۱}{\cancel{۴}}) \times (\frac{۱}{\cancel{۴}}) \to \boxed{\frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}}$$

---

۸ـ اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x} = ۴$ باشد مقدار ضم $\tan\frac{x}{۲}$ .



۱۳۵ .

$$۴ + ۴\sin x = ۱ - \sin x$$

$$\to ۵\sin x = -۳ \to \sin x = \boxed{\frac{-۳}{۵}}$$

$$\cos = \boxed{\frac{-۴}{۵}}$$

$$\sin^۲\alpha = \frac{۱-\cos ۲\alpha}{۲} \to \frac{۱+\frac{۴}{۵}}{۲} = \boxed{\frac{۹}{۱۰}} \to \sin\frac{x}{۲} = \boxed{\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}$$

$$\cos^۲ = \frac{۱+\cos}{۲} \to \frac{۱-\frac{۴}{۵}}{۲} = \frac{۱}{۱۰} \to \cos\frac{x}{۲} = \boxed{\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}}$$

→ $\frac{x}{۲}$ در ربع دوم قرار می‌گیرد

$$\tan = \frac{\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}{-\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}} = \boxed{-۳}$$

---

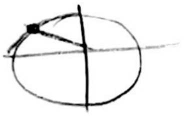
۹ـ ساده شده عبارت $\underbrace{\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}}_{\cot\frac{\theta}{۲}} + \underbrace{\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}}_{\cot\frac{\theta}{۲}}$ بصورت $\underbrace{u\cot\frac{\theta}{۲}}_{۲\cot\frac{\theta}{۲}}$ است مقدار u ؟

$$\boxed{u = ۲}$$

---

۱۰ـ اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ باشد مقدار $\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)$ را بیابید؟

$$\cos = \frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰} = \frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$



$$= \boxed{۰/۶}$$

$$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha) = \underbrace{(\cos\frac{۱۱\pi}{۴})(\cos\alpha)}_{-\sqrt{۲} \times -۷\sqrt{۲}} - \underbrace{(\sin\frac{۱۱\pi}{۴})(\sin\alpha)}_{\sqrt{۲} \times \sqrt{۲}} \to \frac{۱۴}{۲۰} - \frac{۲}{۲۰} = \boxed{\frac{۱۲}{۲۰}}$$