۱۹,۲۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ کلاس یازدهم ریاضی

۱

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$ اتحاد غلط ؛ در کدام ناحیه مثلثاتی؟

$\frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \cos\alpha > 0$

$\Rightarrow$ ناحیه اول

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \Rightarrow \sin\alpha > 0$

↳ $\frac{\cos}{\sin}$

۲

$\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ ، $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ ؛ m چه مقادیری؟

$-\frac{\pi}{12} < 2x < \frac{5\pi}{6}$

$-\frac{1}{2} < \sin 2x \leq 1$

$-\frac{1}{2} \nearrow 0 \to 1 \searrow \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1$

$-2 < m-1 \leq 4$

$-1 < m \leq 5 \Rightarrow m \in (-1, 5]$

۳

$\tan x + \cot x = -3$ ، $3\pi < 4x < 4\pi$ ، $\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x}$

$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = -3$

$\sin x \cos x = -\frac{1}{3}$

$\frac{1}{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x)} \Rightarrow \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{4}{3})} = \frac{1}{\frac{-4}{3\sqrt{3}}} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\sin x + \cos x = y$

$\sin x \cos x = \frac{y^2-1}{2}$

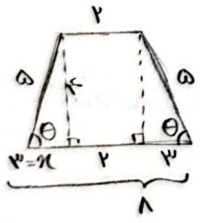
$\Rightarrow \frac{y^2-1}{2} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 2y^2 = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$3\pi < 4x < 4\pi$

$\frac{3\pi}{4} < x < \pi$

چون $|\sin x| < |\cos x|$ ←

۴



$\cos\theta = \frac{4}{5} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 3$

$S = \frac{(2+8)\times 4}{2} = 20$

۵

$K = K\cos^2 10^\circ$ ؛ چه عددی؟ $\tan(170^\circ)\tan(-140^\circ) - \sin(190^\circ)\cos(250^\circ)$

$\tan(270+10)(-(\tan(180-10))) - \sin 10(\underbrace{\cos(270-10)}_{-\sin 10^\circ})$

$(-\cot 10)(\tan 10) + \sin^2 10^\circ$

$-2 - 1 + \sin^2 10^\circ = -\cot^2 10^\circ \Rightarrow K = -1$

۶ $A=\sqrt{۳}\underbrace{\cos(۲۱۰)}_{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\sin(۲۴۳)-\sqrt{۲}\underbrace{\sin(۱۴۵)}_{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}\cos(۱۵۳)$ مقدار $\cos(۲۷^\circ)$ بر حسب $\frac{\alpha}{۲}$ چیست؟

$$-\frac{۳}{۲}\underbrace{(\sin(۲۷۰-۲۷))}_{-\cos۲۷^\circ}-\underbrace{\cos(۱۸۰-۲۷)}_{-\cos۲۷}=+\frac{۳}{۲}\cos۲۷+\cos۲۷=\cos۲۷\left(+\frac{۳}{۲}+۱\right)=\frac{۵}{۲}\cos۲۷$$

۷ $f(x)=۱۴\cos^۲(۳x)\cos^۲(۷x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۴x)$ و $f\left(\underbrace{\frac{\pi}{۱۴}}_{۱۵^\circ}\right)=?$ را بیابید.

$$(۱۴\underbrace{\cos^۲۱۵^\circ}_{\frac{۸+۲\sqrt{۱۲}}{۱۶}})(\underbrace{\cos^۲۶۰^\circ}_{\frac{۱}{۴}})(\underbrace{\cos^۲۷۵^\circ}_{\frac{۲-\sqrt{۳}}{۴}})(\underbrace{\cos^۲۱۲۰^\circ}_{\frac{۱}{۴}})=\frac{۳}{۱۶}\times(۸+۲\sqrt{۱۲})=\frac{۶+۳\sqrt{۲}}{۱۶}$$

$$\cos۱۵^\circ=\cos(۴۵-۳۰)=\cos۴۵\cos۳۰+\sin۴۵\sin۳۰=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{\sqrt{۶}}{۴}+\frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\cos^۲۱۵^\circ=\left(\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}\right)^۲=\frac{۸+۲\sqrt{۱۲}}{۱۶}=\frac{۸+۴\sqrt{۳}}{۱۶}$$

$$\pi<x<\frac{۳\pi}{۲}\xrightarrow{\div۲}\frac{\pi}{۲}<\frac{x}{۲}<\frac{۳\pi}{۴}\Rightarrow\tan\frac{x}{۲}<-۱$$

۸ اگر $\frac{x}{۲}$ زاویه‌ای از ربع سوم و $\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x}=۴$ و $\tan\frac{x}{۲}=?$

$$\sin۲x=۲\sin x\cos x$$
$$\sin x=۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}$$

$$\frac{۱-۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}}{۱+۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}}=۴\Rightarrow\frac{\left(\cos\frac{x}{۲}-\sin\frac{x}{۲}\right)^۲}{\left(\cos\frac{x}{۲}+\sin\frac{x}{۲}\right)^۲}=۴\Rightarrow\begin{cases}\frac{\cos\frac{x}{۲}-\sin\frac{x}{۲}}{\cos\frac{x}{۲}+\sin\frac{x}{۲}}=۲\xrightarrow{\div\cos\frac{x}{۲}}\frac{۱-\tan\frac{x}{۲}}{۱+\tan\frac{x}{۲}}=۲\\ \frac{\cos\frac{x}{۲}-\sin\frac{x}{۲}}{\cos\frac{x}{۲}+\sin\frac{x}{۲}}=-۲\xrightarrow{\div\cos\frac{x}{۲}}\frac{۱-\tan\frac{x}{۲}}{۱+\tan\frac{x}{۲}}=-۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲+۲\tan\frac{x}{۲}=۱-\tan\frac{x}{۲}\Rightarrow۳\tan\frac{x}{۲}=-۱\Rightarrow\tan\frac{x}{۲}=-\frac{۱}{۳}\ \text{(X)}\\ -۲-۲\tan\frac{x}{۲}=۱-\tan\frac{x}{۲}\Rightarrow\tan\frac{x}{۲}=-۳\ \text{(✓)}\end{cases}$$

۱,۷۵

۸ $۴+۴\sin x=۱-\sin x\Rightarrow۵\sin x=-۳\Rightarrow\sin x=-\frac{۳}{۵}$

$$\sin x=\frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}}=-\frac{۳}{۵}\quad\tan\frac{x}{۲}=t\Rightarrow\frac{۲t}{۱-t^۲}=-\frac{۳}{۵}\Rightarrow-۶+۳t^۲=۱۰t\Rightarrow۳t^۲-۱۰t-۳=۰$$
$$\Rightarrow t=\frac{۱۰\pm\sqrt{۱۴۴}}{۶}\Rightarrow t=\frac{۱۰-\sqrt{۱۴۴}}{۶}$$

۹ ساده‌شده عبارت $\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}$ به صورت $K\cot\frac{\theta}{۲}$ است، مقدار K چیست؟

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}=\frac{۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}}=\cot\frac{\theta}{۲}$$
$$\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{۲\cos^۲\frac{\theta}{۲}}{۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}=\cot\frac{\theta}{۲}\Rightarrow۲\cot\frac{\theta}{۲}=K\Rightarrow K=۲$$

۱۰ $\cos\left(-\frac{۳\pi}{۲}+\alpha\right)=\cos\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right)$

$$=\cos\alpha\cos\frac{۳\pi}{۲}+\sin\alpha\sin\frac{۳\pi}{۲}$$
$$=-\frac{\sqrt{۹۵}}{۱۰}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\times\frac{-\sqrt{۲}}{۲}=\frac{-۱۴}{۲۰}+\frac{۲}{۲۰}=-\frac{۱۲}{۲۰}$$

$\cos\left(\underbrace{\frac{۱۱\pi}{۲}}_{۶\pi-\frac{\pi}{۲}}+\alpha\right)$ و $\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ و α زاویه‌ای از ربع دوم است، $\cos\alpha$ را بیابید.

$$\cos\alpha=-\sqrt{۹۸}$$

۱,۵