«ستوده سرداری» شماره تکلیف «28» «یازدهم دختر B»

1

اگر $\frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\cot\alpha}$ ، $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\underbrace{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}_{\sin^2\alpha}}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{|\sin\alpha|} \Rightarrow \sin\alpha > ۰$$

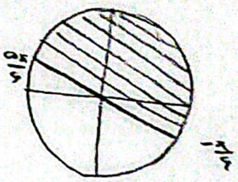
زاویه α در ناحیه اول مثلثاتی قرار دارد.

$$\frac{1}{|\cos\alpha|} - \frac{\sin}{\cos} = \frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|} \Rightarrow \cos\alpha > ۰$$

2

اگر $-\frac{\pi}{۱۲} < x < \frac{۵\pi}{۱۲}$ ، $\sin ۲x = \frac{m-۱}{۴}$ باشد، مجموعه مقادیر m را بیابید؟

$$-\frac{\pi}{۱۲} < x < \frac{۵\pi}{۱۲} \Rightarrow -\frac{\pi}{۶} < ۲x < \frac{۵\pi}{۶} \leadsto -\frac{۱}{۲} < \sin ۲x \leq ۱$$



$$-\frac{۱}{۲} < \frac{m-۱}{۴} \leq ۱ \Rightarrow -۲ < m-۱ \leq ۴$$

$$\boxed{-۱ < m \leq ۵}$$

3

اگر $\tan x + \cot x = -۳$ ، $۳\pi < ۴x < ۴\pi$ باشد حاصل $\frac{۱}{\sin^۳x + \cos^۳x}$ را بیابید؟

$\tan x + \cot x = \frac{۲}{\sin ۲x}$

$$۳\pi < ۴x < ۴\pi \Rightarrow -\frac{۳\pi}{۴} < x < \pi \Rightarrow \sin ۲x = -\frac{۲}{۳} \rightarrow ۱ + \sin(۲x) = \frac{۱}{۳}$$

$$= \cos^۲x + \sin^۲x + ۲\sin x\cos x = \frac{۱}{۳} = (\sin x + \cos x)^۲ = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \sin x + \cos x = \pm\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

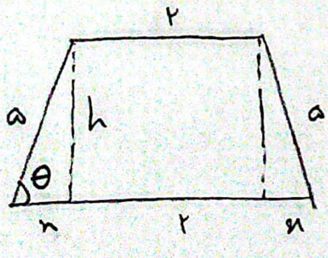
$\sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ قابل قبول

$$\frac{۱}{\sin^۳x + \cos^۳x} = \frac{۱}{(\sin x + \cos x)(\underbrace{\sin^۲x + \cos^۲x - \sin x\cos x}_{۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x = \frac{۴}{۳}})}$$

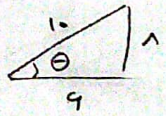
$$\frac{۱}{(-\frac{\sqrt{۳}}{۳})(\frac{۴}{۳})} = \boxed{-\frac{۹}{۴\sqrt{۳}}}$$

4

در یک ذوزنقه‌ی متساوی الساقین اندازه قاعده کوچک و هر ساق به ترتیب ۲ و ۵ است. اگر $\cos\theta = ۰٫۶$ و θ زاویه حاده بین ساق و یکی از قاعده‌ها باشد. مساحت ذوزنقه را بیابید؟



$$\cos\theta = \frac{۶}{۱۰}$$



$$\cos = \frac{۶}{۱۰} = \frac{x}{۵} \Rightarrow x = ۳$$

$$\sin\theta = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow \frac{۸}{۱۰} = \frac{h}{۵} \Rightarrow h = ۴$$

$$S = \frac{(۲+۸)\times ۴}{۲} = \boxed{۲۰}$$

5

حاصل عبارت $(۲۸۵^\circ)\tan(-۱۶۵)^\circ - \sin(۱۰۹۵^\circ)\cos(۲۵۵^\circ)$ به صورت $k\cos^۲(۱۵^\circ)$ است. مقدار k را بیابید؟

$$\tan\left(\frac{۳\pi}{۲} + ۱۵\right) \times \left(-\tan(\pi - ۱۵)\right) - \sin(۶\pi + ۱۵)\cos\left(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵\right) =$$

$$= \underbrace{-\cot ۱۵^\circ \times \tan ۱۵^\circ}_{-۱} - \sin ۱۵^\circ \times (-\sin ۱۵^\circ) = -۱ + \sin^۲ ۱۵^\circ = -\cos^۲ ۱۵^\circ$$

$$k\cos^۲(۱۵^\circ) = -\cos^۲(۱۵^\circ) \rightarrow \boxed{k = -۱}$$

حاصل عبارت $A = \sqrt{۳}\cos(۲۱۰^\circ)\sin(۲۴۳^\circ) - \sqrt{۲}\sin(۱۳۵^\circ)\cos(۱۵۳^\circ)$ چند برابر $\cos(۲۷^\circ)$ است؟

$$\frac{\sqrt{۳}\times(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})\times\sin(\frac{۳\pi}{۲}-۲۷)-\sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})\times\cos(\pi-۲۷)}{\cos ۲۷} = \frac{-\frac{۳}{۲}\times(-\cos ۲۷)-\frac{۲}{۲}\times(-\cos ۲۷)}{\cos ۲۷}$$

6

$$\frac{\frac{۳}{۲}\cos ۲۷+\cos ۲۷}{\cos ۲۷} = \frac{\frac{۵}{۲}\cos ۲۷^\circ}{\cos ۲۷^\circ} = \boxed{\frac{۵}{۲}}$$

اگر $f(x) = ۱۶\cos^۲(۳x)\cos^۲(۶x)\cos^۲(۱۲x)\cos^۲(۲۴x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{۳۶})$ را بیابید؟

$$f(x) = ۱۶\times\frac{(۱+\cos ۶x)}{۲}\times\frac{(۱+\cos ۱۲x)}{۲}\times\frac{(۱+\cos ۲۴x)}{۲}\times\frac{(۱+\cos ۴۸x)}{۲}$$

7

$$f(x) = (۱+\cos ۶x)\times(۱+\cos ۱۲x)\times(۱+\cos ۲۴x)\times(۱+\cos ۴۸x)$$

$$f(x) = (۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲})(۱+\frac{۱}{۲})(۱+\frac{-۱}{۲})(۱-\frac{۱}{۲}) = \boxed{\frac{۶+۳\sqrt{۳}}{۱۶}}$$

اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x} = ۴$ باشد، مقدار صحیح $\tan(\frac{x}{۲})$ را بیابید؟

$$۱-\sin x = ۴+۴\sin x$$

$$۵\sin x = -۳ \to \sin x = -\frac{۳}{۵}$$

$$\cos x = -\frac{۴}{۵}$$

$$\tan x = \frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}} \to \frac{۳}{۴} = \frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}}$$

8

$$۳-۳\tan^۲\frac{x}{۲} = ۸\tan\frac{x}{۲} \Rightarrow ۳\tan^۲\frac{x}{۲}+۸\tan\frac{x}{۲}-۳=۰ \Rightarrow \tan^۲\frac{x}{۲}+۸\tan\frac{x}{۲}-۹=۰$$

$$(\tan\frac{x}{۲}-\frac{۱}{۳})(\tan\frac{x}{۲}+\frac{۹}{۳}) \Rightarrow \tan\frac{x}{۲} = \frac{۱}{۳}\times \quad \boxed{\tan\frac{x}{۲} = -۳}$$: مقدار صحیح

ساده شده عبارت $\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}$ به صورت $k\cot(\frac{\theta}{۲})$ است، مقدار k را بیابید؟

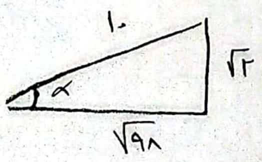
$$\frac{\sin x}{۱+\cos x} = \frac{۱-\cos x}{\sin x} = \tan(\frac{\alpha}{۲}) \Rightarrow \frac{۱+\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{۱-\cos x} = \cot(\frac{\alpha}{۲})$$

9

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta} = \frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta} = \cot(\frac{\theta}{۲})+\cot(\frac{\theta}{۲}) = ۲\cot(\frac{\theta}{۲}) \Rightarrow k\cot(\frac{\theta}{۲}) = ۲\cot(\frac{\theta}{۲})$$

$$\boxed{k=۲}$$

اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha)$ را بیابید؟



$\sin > ۰$
$\cos < ۰$

$$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha) = \cos(۳\pi-\frac{\pi}{۴}+\alpha) = \cos(۳\pi-(\frac{\pi}{۴}-\alpha))$$

10

$$\cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}$$

$$-\cos(\frac{\pi}{۴}-\alpha) = -(\cos\frac{\pi}{۴}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{۴}\sin\alpha) =$$

ربع دوم $\Rightarrow \boxed{\cos\alpha = -\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}}$

$$-(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times-\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}) = -(\frac{-۱۴+۲}{۲۰}) = \boxed{\frac{۳}{۵}}$$