پرسش طلایی - به نام خداوند - یازدهم دختر B، تکلیف شماره 30

۱۸٫۵

۱) $\lim_{x\to 1} \frac{4x^2-7x+3}{5x^2-8x+3} = \frac{0}{0}$ رفع ابهام

هر دو چون جمع ضرایب صفر است یکی از ریشه‌ها ۱ و دیگری $\frac{c}{a}$ است

$4x^2-7x+3 \mid x-1$: $4x^2-4x$ ، $-3x+3$ ، $-3x+3$ ، ۰ ، خارج قسمت $4x-3$

$5x^2-8x+3 \mid x-1$: $5x^2-5x$ ، $-3x+3$ ، $-3x+3$ ، ۰ ، خارج قسمت $5x-3$

$\frac{(x-1)(4x-3)}{(x-1)(5x-3)} \Rightarrow \frac{4-3}{5-3} = \frac{1}{2}$ پاسخ نهایی

۲) $\lim_{x\to 0} \frac{|3x-1|-|3x+1|}{x} \Rightarrow \frac{-3x+1-3x-1}{x} = \frac{-6x}{x} = -6$ پاسخ نهایی

۳) $\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \frac{0}{0}$ رفع ابهام $\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} \Rightarrow 2+2=4$ پاسخ نهایی

۴) $\lim_{x\to 2} \frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6} = \frac{0}{0}$ رفع ابهام $\frac{x-\sqrt{2x}}{2(x-2)(x+\frac{3}{2})} \times \frac{x+\sqrt{2x}}{x+\sqrt{2x}} \Rightarrow \frac{x^2-2x}{2(x-2)(x+\frac{3}{2})(x+\sqrt{2x})}$

$x^2-x-12 \to (x-4)(x+3) \to \frac{4}{2}, \frac{-3}{2}$

$\frac{x}{(2x+3)(x+\sqrt{2x})} = \frac{2}{7\times 4} = \frac{1}{14}$ پاسخ نهایی

۵) $\lim_{x\to 1} \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}} \times \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \times \frac{2+\sqrt{5-x}}{2+\sqrt{5-x}}$

$-(x-1)$

$\frac{1-x}{(4-5+x)(1+\sqrt{x})}(2+\sqrt{5-x}) \Rightarrow \frac{-(2+\sqrt{5-x})}{1+\sqrt{x}} = \frac{-4}{2} = -2$ پاسخ نهایی

$x-1$

۶) $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{3x+4}-4}{\sqrt[3]{5x+7}-3} \times \frac{\sqrt{3x+4}+4}{\sqrt{3x+4}+4} \times \frac{\sqrt[3]{(5x+7)^2}+3\sqrt[3]{5x+7}+9}{\sqrt[3]{(5x+7)^2}+3\sqrt[3]{5x+7}+9}$

$3x-12$

$\frac{(3x+4-16)(\sqrt[3]{(5x+7)^2}+3\sqrt[3]{5x+7}+9)}{(5x+7-27)(\sqrt{3x+4}+4)} \Rightarrow \frac{3(x-4)\times 27}{5(x-4)\times 8} = \frac{81}{40}$ پاسخ نهایی

$5x-20$

۷) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{3x+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt{3x+\sqrt{x}}+2}{\sqrt{3x+\sqrt{x}}+2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1} = \frac{(3x+\sqrt{x}-4)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{(3\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-1)}{x-1}$

$\frac{3(3\sqrt{x}+4)}{\sqrt{x}+1} \Rightarrow \frac{3(7)}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$ پاسخ نهایی

۷) رفع ابهام $\to \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{3x+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt{3x+\sqrt{x}}+2}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1} \times \frac{3}{4}$

$\text{H.Op} \to \frac{3}{4} \times \frac{3+\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{8}$

۸) $\lim_{x \to \pi} \frac{1+\cos^3 x}{\sin^2 x} = \frac{1+\cos^3 x}{1-\cos^2 x} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$

$\cos\pi = -1$

۱٫۵

رفع ابهام ← $\frac{(1+\cos x)(1-\cos x+\cos^2 x)}{(1+\cos x)(1-\cos x)} \xrightarrow{x=\pi}$

$\frac{1+1+1}{2} = \frac{3}{2}$ اسم نمادی

۹) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan x}{\sin x - \cos x} = \frac{\frac{\cos x}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x - \cos x} = \frac{\frac{-(\sin x - \cos x)}{\cos x}}{\frac{\sin x - \cos x}{1}} = -\frac{1}{\cos x} \to -\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\sqrt{2}$

اسم نمادی

$\frac{\pi}{4} = 45^\circ \to \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۰) $\lim_{x \to \frac{3\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cos 2x} \to \frac{-(1-\tan^2 x)}{\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}} = -(1+\tan^2 x) = -2$ اسم نمادی

$(-1)^2 = 1$

فرمول: $\cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2 \alpha}{1+\tan^2 \alpha}$

$x = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ \to \tan 135^\circ = -1$

۵