پریسا طباطبایی - به نام خداوند - یازدهم دختر B، تکلیف شماره 30

۱) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{4x^2-7x+3}{5x^2-8x+3} = \dfrac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}}$

$4x^2-7x+3 \div (x-1) = 4x-3$: $\quad -4x^2+4x$, $\quad -3x+3$, $\quad -3x+3$, $\quad 0$

$5x^2-8x+3 \div (x-1) = 5x-3$: $\quad -5x^2+5x$, $\quad -3x+3$, $\quad -3x+3$, $\quad 0$

هر دو چون جمع ضرایب صفر است یکی از ریشه‌ها ۱ و دیگری $\frac{c}{a}$ است

$\dfrac{\cancel{(x-1)}(4x-3)}{\cancel{(x-1)}(5x-3)} \Rightarrow \dfrac{4-3}{5-3} = \dfrac{1}{2}$ پاسخ نهایی

۲) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{|3x-1|-|3x+1|}{x} \Rightarrow \dfrac{-3x+1-3x-1}{x} = \dfrac{-6x}{x} = \boxed{-6}$ پاسخ نهایی

۳) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \dfrac{\cancel{(\sqrt{x}-2)}(\sqrt{x}+2)}{\cancel{\sqrt{x}-2}} \Rightarrow 2+2 = \boxed{4}$ پاسخ نهایی

۴) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6} = \dfrac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \dfrac{x-\sqrt{2x}}{2(x-2)(x+\frac{3}{2})} \times \dfrac{x+\sqrt{2x}}{x+\sqrt{2x}} \Rightarrow \dfrac{x^2-2x}{2\cancel{(x-2)}(x+\frac{3}{2})(x+\sqrt{2x})}$

$x^2-2x \to \cancel{(x-2)}x$

$x^2-x-12 \to (x-4)(x+3) \to \frac{4}{2}, -\frac{3}{2}$

$\dfrac{x}{(2x+3)(x+\sqrt{2x})} = \dfrac{2}{7\times 4} = \dfrac{1}{14}$ پاسخ نهایی

۵) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}} \times \dfrac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \times \dfrac{2+\sqrt{5-x}}{2+\sqrt{5-x}}$

$\dfrac{\underbrace{1-x}_{-\cancel{(x-1)}}(2+\sqrt{5-x})}{\underbrace{(4-5+x)}_{\cancel{x-1}}(1+\sqrt{x})} \Rightarrow \dfrac{-(2+\sqrt{5-x})}{1+\sqrt{x}} = \dfrac{-4}{2} = -2$ پاسخ نهایی

۶) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{3x+4}-4}{\sqrt[3]{5x+7}-3} \times \dfrac{\sqrt{3x+4}+4}{\sqrt{3x+4}+4} \times \dfrac{\sqrt[3]{(5x+7)^2}+3\sqrt[3]{5x+7}+9}{\sqrt[3]{(5x+7)^2}+3\sqrt[3]{5x+7}+9}$

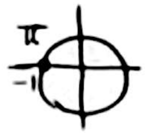
$\dfrac{\overbrace{(3x+4-16)}^{3x-12}(\sqrt[3]{(5x+7)^2}+3\sqrt[3]{5x+7}+9)}{\underbrace{(5x+7-27)}_{5x-20}(\sqrt{3x+4}+4)} \Rightarrow \dfrac{3\cancel{(x-4)}\times 27}{5\cancel{(x-4)}\times 8} = \boxed{\dfrac{81}{40}}$ پاسخ نهایی

۷) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{3x+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1} \times \dfrac{\sqrt{3x+\sqrt{x}}+2}{\sqrt{3x+\sqrt{x}}+2} \times \dfrac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1} = \dfrac{\overbrace{(3x+\sqrt{x}-4)}^{(3\sqrt{x}+4)\cancel{(\sqrt{x}-1)}}\overbrace{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}^{3}}{\underbrace{x-1}_{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(\sqrt{x}+1)}}$

$\dfrac{3(3\sqrt{x}+4)}{\sqrt{x}+1} \Rightarrow \dfrac{3(7)}{2} = \boxed{\dfrac{21}{2} = 10.5}$

پاسخ نهایی

$$8)\ \lim_{x\to\pi}\frac{1+\cos^3 x}{\sin^2 x}=\frac{1+\cos^3 x}{1-\cos^2 x}=\frac{1-1}{1-1}=\frac{0}{0}$$



$\cos\pi=-1$

رفع ابهام

$$\frac{(\cancel{1+\cos x})(1+\cos x+\cos^2 x)}{(\cancel{1+\cos x})(1-\cos x)}\xrightarrow[x=\pi]{}\frac{1-1+1}{2}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

پاسخ نهایی

$$9)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x}=\frac{\frac{\cos x}{\cos x}-\frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x-\cos x}=\frac{\frac{-\cancel{(\sin x-\cos x)}}{\cos x}}{\frac{\cancel{\sin x-\cos x}}{1}}=-\frac{1}{\cos x}\longrightarrow-\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\boxed{-\sqrt{2}}$$

پاسخ نهایی

$$\frac{\pi}{4}=45^\circ\to\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$10)\ \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{\tan^2 x-1}{\cos 2x}\longrightarrow\frac{\frac{-\cancel{(1-\tan^2 x)}}{1}}{\frac{\cancel{1-\tan^2 x}}{1+\tan^2 x}}=-(1+\tan^2 x)=\boxed{-2}$$

$(-1)^2=1$

پاسخ نهایی

فرمول

$$\cos 2\alpha=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$x=\frac{3\pi}{4}=135^\circ\to\tan 135^\circ=-1$$