نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$$\lim_{x\to 1}\frac{4x^2-7x+3}{5x^2-8x+3} \xrightarrow{H.O.P} \frac{8x-7}{10x-8} \to x=1 \Rightarrow \frac{8(1)-7}{10(1)-8}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{(4(1)-7(1)+3)}{(5(1)-8(1)+3)}=\frac{0}{0}\to \text{حد نمی‌تواند صفر باشد}$$

$$5x^2-8x+3=(x-1)(5x-3),\quad 4x^2-7x+3=(x-1)(4x-3)$$

$$\Rightarrow \frac{4x^2-7x+3}{5x^2-8x+3}=\frac{(x-1)(4x-3)}{(x-1)(5x-3)} \Rightarrow x=1 \Rightarrow \frac{4(1)-3}{5(1)-3}=\frac{1}{2}$$

۲

$$2x-1:\ \frac{1}{2}\ \ -\ \ +\qquad 3x+1:\ \frac{-1}{3}\ \ -\ \ +$$

عبارت‌های داخل قدرمطلق به ترتیب برای $x=0$ از راست به چپ $+$ و $-$ هستند

$$\frac{|2x-1|-|3x+1|}{x}=\frac{1-2x-3x-1}{x}=\frac{-5x}{x}=-5 \to \lim_{x\to 0}\frac{|2x-1|-|3x+1|}{x}=-5$$

$$\frac{|1-1|-|1|}{0}=\frac{0}{0}\to \text{حد نمی‌تواند صفر باشد}$$

۳

$$\frac{4-4}{\sqrt{4}-2}=\frac{0}{0}\to \text{حد نمی‌تواند صفر باشد}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \Rightarrow \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}\times\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}=\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)}=\sqrt{x}+2 \Rightarrow \lim_{x\to 4}\sqrt{x}+2=4$$

۴

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6} \Rightarrow \frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6}\times\frac{x+\sqrt{2x}}{x+\sqrt{2x}}=\frac{x^2-2x}{(x+\sqrt{2x})(x-2)(2x+3)}=\frac{x(x-2)}{(x+\sqrt{2x})(x-2)(2x+3)}$$

$$=\frac{2}{(2+2)(2+2+3)}=\frac{2}{4(7)}=\frac{1}{14} \Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6}=\frac{1}{14}$$

$$\frac{2-\sqrt{4}}{2(4)-2-6}=\frac{0}{0}\to \text{حد نمی‌تواند صفر باشد}$$

۵

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}} \Rightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}\times\frac{2+\sqrt{5-x}}{2+\sqrt{5-x}}\times\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=\frac{(1-x)(4)}{(4-5+x)(2)}=\frac{(1-x)2^2}{(x-1)\times 2}=-2$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}=-2$$

$$\frac{1-\sqrt{1}}{2-\sqrt{4}}=\frac{0}{0}\to \text{حد نمی‌تواند صفر باشد}$$

۶

$\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x^2+x}-4}{\sqrt[3]{3x+7}-3} \overset{*}{\to}$ $\frac{\sqrt{x^2+x}-4}{\sqrt[3]{3x+7}-3} \times \frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}} \times \frac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{مزدوج مخرج}} = \frac{(x^2+x-16)(x^2+4x+9)}{(3x+7-27)(x^2+4x+16)} =$

$= \frac{(x^2-16)(x^2+4x+9)}{3(3x-20)} = \frac{4(x-4)\times 41}{3(3)(x-4)} = \frac{41}{15} \to \lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x^2+x}-4}{\sqrt[3]{3x+7}-3} = \frac{41}{15}$

$* \frac{\sqrt{16+9}-5}{\sqrt[3]{27}-3} = \frac{0}{0} \to$ مبهم

مخرج مزدوج صورت ضرب: مزدوج مخرج

۷

$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1} \overset{*}{\to}$ $\frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}} \times \frac{\text{مکعب مخرج}}{\text{مکعب مخرج}} = \frac{(x^2+\sqrt{x}-4)(x^2)}{(x-1)(4)} =$

$\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)(x^2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)\times 4} \Rightarrow x=1 \Rightarrow \frac{(4+4)4}{(1+1)\times 4} = \frac{32}{8} \to \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1} = \frac{32}{8}$

$* \frac{\sqrt{x^2+\sqrt{1}}-2}{\sqrt[3]{1}-1} = \frac{0}{0} \to$ مبهم

۸

$* \frac{1+\cos^4 \pi}{\sin^2 \pi} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} \to$ مبهم

$\Rightarrow \lim_{x\to\pi} \frac{1+\cos^4 x}{\sin^2 x} \overset{*}{\to}$ $\frac{1+\cos^4 x}{\sin^2 x} = \frac{(1+\cos x)(1+\cos^2 x-\cos x)}{(1-\cos^2 x)} = \frac{(1+\cos x)(1+\cos^2 x-\cos x)}{(1-\cos x)(1+\cos x)} =$

$x=\pi \Rightarrow \frac{1+1-(-1)}{1-(-1)} = \frac{3}{2} \to \lim_{x\to\pi} \frac{1+\cos^4 x}{\sin^2 x} = \frac{3}{2}$

۹

$* \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x} = \frac{1-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{0}{0} \to$ مبهم

$\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x} \overset{*}{\to}$ $\frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x} = \frac{\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}}{\sin x-\cos x} = \frac{-1}{\cos x} = \frac{-1}{\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$

$\Rightarrow \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x} = -\sqrt{2}$

۱۰

$* \lim_{x\to \frac{4\pi}{3}} \frac{\tan^2 \frac{x}{4}-1}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} \to$ مبهم

$\frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$

$\lim_{x\to \frac{4\pi}{3}} \frac{\tan^2 x-1}{\cos 2x} \overset{*}{\to}$ $\frac{\tan^2 x-1}{\cos 2x} = \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-1}{\cos^2 x-\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\cos^2 x-\sin^2 x} = \frac{-1}{\cos^2 x} = \frac{-1}{\cos^2 \frac{4\pi}{3}} = \frac{-1}{(-\frac{1}{2})^2} =$

$\Rightarrow \lim_{x\to \frac{4\pi}{3}} \frac{\tan^2 x-1}{\cos 2x} = -2$