نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$$\lim_{x\to 1}\frac{4x^2-7x+3}{5x^2-8x+3}\xrightarrow{H.O.P}\frac{8x-7}{10x-8}\xrightarrow{x=1}\frac{8(1)-7}{10(1)-8}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{(4(1)-7(1)+3)}{(5(1)-8(1)+3)}=\frac{0}{0}\to \text{حذف شود}$$

یا

$$5x^2-8x+3=(x-1)(5x-3),\quad 4x^2-7x+3=(x-1)(4x-3)$$

$$\Rightarrow \frac{4x^2-7x+3}{5x^2-8x+3}=\frac{(x-1)(4x-3)}{(x-1)(5x-3)}\Rightarrow x=1\Rightarrow \frac{4(1)-3}{5(1)-3}=\frac{1}{2}$$

۲

ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق به ترتیب $3x-1$: $\frac{1}{3}$ و $3x+1$: $-\frac{1}{3}$

برای $x=0$ از راست به چپ $+$ و $-$ هستند

$$\frac{|3x-1|-|3x+1|}{x}=\frac{1-3x-3x-1}{x}=\frac{-6x}{x}=-6\to \lim_{x\to 0}\frac{|3x-1|-|3x+1|}{x}=-6$$

$$\frac{|1-1|-|1|}{0}=\frac{0}{0}\to \text{حذف شود}$$

۳

$$\frac{4-4}{\sqrt{4}-2}=\frac{0}{0}\to \text{حذف شود}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}\xrightarrow{}\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}\times\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}=\frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)}=\sqrt{x}+2\Rightarrow \lim_{x\to 4}\sqrt{x}+2=4$$

۴

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6}\xrightarrow{}\frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6}\times\frac{x+\sqrt{2x}}{x+\sqrt{2x}}=\frac{x^2-2x}{(x+\sqrt{2x})(x-2)(2x+3)}=\frac{x(x-2)}{(x+\sqrt{2x})(x-2)(2x+3)}$$

$$=\frac{2}{(2+2)(2+2+3)}=\frac{2}{4(7)}=\frac{1}{14}\Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6}=\frac{1}{14}$$

$$\frac{2-\sqrt{4}}{2(4)-2-6}=\frac{0}{0}\to \text{حذف شود}$$

۵

$$\lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}\xrightarrow{}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}\times\frac{2+\sqrt{5-x}}{2+\sqrt{5-x}}\times\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}=\frac{(1-x)(4)}{(4-5+x)(2)}=\frac{(1-x)4}{(x-1)\times 2}=-2$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{5-x}}=-2$$

$$\frac{1-\sqrt{1}}{2-\sqrt{4}}=\frac{0}{0}\to \text{حذف شود}$$

۶

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sqrt[3]{2x+1}-3} \quad * \quad \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sqrt[3]{2x+1}-3}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}\times\frac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{مزدوج مخرج}}=\frac{(x^2+9-25)(\quad)}{(\quad)(\quad)}=$$

$$=\frac{(x^2-16)(\quad)}{(\quad)(x-4)}=\frac{(x-4)(x+4)(\quad)}{(\quad)(x-4)}=\frac{8\times 8}{12}=\frac{8}{3}\to \lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sqrt[3]{2x+1}-3}=\frac{8}{3}$$

* $\frac{\sqrt{16+9}-5}{\sqrt[3]{27}-3}=\frac{0}{0}\to$ مبهم

حاصل = ضرب مزدوج صورت در مخرج : مزدوج مخرج

۷

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1} \quad * \quad \frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}\times\frac{\text{مکعب مخرج}}{\text{مکعب مخرج}}=\frac{(x^2+\sqrt{x}-4)(\quad)}{(x-1)(\quad)}=$$

$$\frac{(\sqrt{x}-1)(\quad)(\quad)}{(\sqrt{x}-1)(\quad)}\Rightarrow x=1\Rightarrow\frac{(\quad)}{(\quad)}=\frac{3}{8}\to\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}}-2}{\sqrt[3]{x}-1}=\frac{3}{8}$$

* $\frac{\sqrt{1+\sqrt{1}}-2}{\sqrt[3]{1}-1}=\frac{0}{0}\to$ مبهم

۸

* $\frac{1+\cos^2\pi}{\sin^2\pi}=\frac{1-1}{0}=\frac{0}{0}\to$ مبهم

$$\Rightarrow \lim_{x\to\pi}\frac{1+\cos^3 x}{\sin^2 x} \quad * \quad \frac{1+\cos^3 x}{\sin^2 x}=\frac{(1+\cos x)(1+\cos^2 x-\cos x)}{(1-\cos^2 x)}=\frac{(1+\cos x)(1+\cos^2 x-\cos x)}{(1-\cos x)(1+\cos x)}=$$

$$x=\pi\Rightarrow\frac{1+1-(-1)}{1-(-1)}=\frac{3}{2}\to\lim_{x\to\pi}\frac{1+\cos^3 x}{\sin^2 x}=\frac{3}{2}$$

۹

* $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan\frac{x}{4}}{\sin\frac{x}{4}-\cos\frac{x}{4}}=\frac{1-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{0}{0}\to$ مبهم

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x} \quad * \quad \frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x}=\frac{\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}}{\sin x-\cos x}=\frac{-1}{\cos x}=\frac{-1}{\cos\frac{\pi}{4}}=\frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=-\frac{2}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x}=-\sqrt{2}$$

۱۰

* $\lim_{x\to\frac{2\pi}{3}}\frac{\tan^2\frac{x}{4}-1}{\cos^2\frac{x}{2}}=\frac{1-1}{0}=\frac{0}{0}\to$ مبهم

$$\lim_{x\to\frac{2\pi}{3}}\frac{\tan^2 x-1}{\cos^2 x} \quad * \quad \frac{\tan^2 x-1}{\cos^2 x}=\frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-1}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\frac{\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\cos^2 x}}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\frac{-1}{\cos^2 x}=\frac{-1}{\cos^2\frac{2\pi}{3}}=\frac{-1}{(-\frac{1}{2})^2}=\frac{-1}{\frac{1}{2}}=-2$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to\frac{2\pi}{3}}\frac{\tan^2 x-1}{\cos^2 x}=-2$$