نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۴.... کلاس ......[illegible]......

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$, $\frac{x^2-2x+1-x^2}{x^2-x}\geq 0$,

$x=\frac{1}{2}$: $-2x+1=0$, $x(x-1)$: 0 , 1

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
	$+$	ن	$-$	0	$+$	ن	$-$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{4}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$, $x\neq -1$, $x\neq 0$, $x\neq 1$, $x\neq -2$

مخرج $\neq 0$

$\frac{3x+2+x-1}{x^2+x-2}\neq 0$, $x\neq 1$, $x\neq -2$

$D_f=\mathbb{R}-\{-2,-1,-\frac{1}{4},0,1\}$

۲

$f(x)=\sqrt{((\frac{1}{2})^x-4)(32-4^x)}$

$\frac{1}{2^x}=4 \Rightarrow x=-2$, $32=4^x \Rightarrow x=\frac{5}{2}=2.5$

x		-2		2.5	
	$+$		$-$	0	$+$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[2.5,+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

باید مثبت باشد

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$, $3\geq\sqrt[4]{x-1} \Rightarrow x-1\leq 81$, $x\leq 82$

$D_f=[1,82]$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_2\frac{x^2-x-2}{2}}{\sqrt{x^2-1}+1}\neq 0$

همواره مثبت

مثبت $\to (x-2)(x+1)>0$, $x=2$, $x=-1$

x		-1		2	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$x^2-1\geq 0$, $x^2\geq 1$, $x\geq 1$, $x\leq -1$

$D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2} \longrightarrow D_f=[-2,b]$, $a+b=?$

$\xrightarrow{\text{در ازای } -2} 3-2a+3=0$

$-2a=1 \longrightarrow a=-\frac{1}{2}$

$-b^2+3-\frac{1}{2}b=0 \longrightarrow -b^2-\frac{1}{2}b=-3$

$\Delta=\cancel{\dots}\ \frac{1}{4}-4(-1)(3) \longrightarrow b=\frac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+12}}{-2}$, $\frac{1}{4}+\frac{48}{4}=\frac{49}{4}$

$b=-2$ ✗ تکراری

$b=\frac{3}{2}$ ✓

جواب: $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & x\geq 1\\ 2x+3 & x<1\end{cases}$, $g(x)=\sqrt{f(x)-x} \Rightarrow D_g=?$

باید بزرگتر مساوی صفر باشد

$f(x)\geq x$

(۱) $3x-2\geq 0$, $2x\geq 2$, $x\geq 1$

(۲) $2x+3\geq x \longrightarrow x\geq -3$, $-3\leq x<1$

$\longrightarrow D_g=[-3,+\infty)$

$f(x) = \begin{cases} (a+1)(x+2) & x \geq 1 \\ 3a + 2x & x < 1 \end{cases} \quad 2f(5) = f(-2) + a \quad a = ?$

$f(5) = (a+1)(7) = 7a + 7 \longrightarrow 2(7a+7) = 3a - 4 + a$ ۶

$f(-2) = 3a + 2(-2) = 3a - 4$

$14a + 14 = 4a - 4 + a$

$10a = -18 \quad a = -1/8$

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \quad f(2-\sqrt{3}) + f(2+\sqrt{3}) = ?$

$\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{1}{2-\sqrt{3}}} + 2 + \sqrt{3} + \sqrt{\frac{1}{2+\sqrt{3}}}$ ۷

$2\sqrt{2-\sqrt{3}} + 2\sqrt{2+\sqrt{3}} = z \qquad z^2 = 24$

$z^2 = 4(2-\sqrt{3}) + 4(2+\sqrt{3}) + 8\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$ جواب $= \pm 2\sqrt{6}$

$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \qquad f(x) = ?$

$\xrightarrow{x \text{ در ازای}} 2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \qquad f(x) = -4x^2 - \frac{1}{5}x$

$\xrightarrow{-x \text{ در ازای}} 2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x$ ۸

$6f(-x) - 9f(x) = 12x^2 + 3x$

$4f(x) - 6f(-x) = 8x^2 - 2x$

$\longrightarrow -5f(x) = 20x^2 + x$

$(x+2)(f(x) - 3x f(x+2)) = 4x^2 - mx + 3m - 1 \qquad f(0) = ?$

$\xrightarrow{x=0} -3(2)(f(0)) = 3m - 1 \longrightarrow -6f(0) = 9m - 1$

$x = -2$ در ازای $+6f(0) = 16 + \underbrace{2m + 3m}_{5m} + 1$

$2f(0) = 3 \times \frac{-8}{7} - 1$ ۹

$0 = 16 + 5m + 1 - 9m - 1$

$16 + 14m \qquad 14m = -16$

$m = \frac{-16}{14} = \frac{-8}{7} \qquad -\frac{24}{7} - \frac{7}{7} = -\frac{31}{7}$

۱۰