نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

الف) $\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x-1} \geq 0 \quad x \neq 0 \quad x \neq 1$

$\frac{x-1}{x} \geq \frac{x}{x-1} \qquad D = (-\infty, -1]$

ب) $x+1 \neq 0 \quad x \neq -1 \qquad \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} \neq 0 \quad \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)} \neq 0$

$x \neq 0$

$x-1 \neq 0 \quad x \neq 1 \qquad \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)} \neq 0 \quad 4x \neq -5 \quad x \neq \frac{-5}{4}$

$x+2 \neq 0 \quad x \neq -2 \qquad D = \mathbb{R} - \{-2, -1, \frac{-5}{4}, 1, 0\}$

۲

الف)

ب) $x-1 \geq 0 \quad x \geq 1$

$y+1 \geq 0 \quad y \geq -1 \qquad D = \{(x,y) \mid x \geq 1, y \geq -1, \sqrt{x-1} + \sqrt{y+1} = 4\}$

$\sqrt{x-1} + \sqrt{y+1} = 4$

۳

$x^2 - x - 2 > 0 \longrightarrow (x-2)(x+1) > 0 \longrightarrow x > 2 \quad x < -1$

$\sqrt{x^2-1} + 1 > 0 \longrightarrow x^2 - 1 > -1 \longrightarrow x^2 > 0 \mid x \mid > 0 \quad x \neq 0$

$D = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۴

$\sqrt{x^2 + ax + 4} = -(x^2 - ax - 4) \longrightarrow x^2 - ax - 4 = 0$

$x = -2 \quad x = b$

$-2 \times b = -4 \qquad b = \frac{4}{2}$

$-2 + b = a \qquad a = \frac{-1}{2}$

$-\frac{2}{1} + \frac{4}{2} = a \qquad a + b = \frac{-1}{2} + \frac{4}{2} = \boxed{1}$

۵

$f(x) - x \geq 0$

① $(3x-2) - x \geq 0 \quad 2x - 2 \geq 0 \quad 2(x-1) \geq 0 \quad x \geq 1$

② $(2x+3) - x \geq 0 \quad x + 3 \geq 0 \quad x \geq -3 \quad , \quad x < 1 \longrightarrow [-3, 1)$

$D = [1, +\infty) \cup [-3, 1) \longrightarrow [-3, +\infty)$

۶

$$۲f(۳) = ۱۴a+۱۴$$
$$f(-۲)-a = ۳a-۴-a$$
$$۱۴a+۱۴ = ۳a-۴-a$$
$$۱۰a = -۱۸ \qquad \boxed{a = \frac{-۹}{۵}}$$

۷

$$\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} + ۲ + \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}} + ۲ \longrightarrow$$
$$\left(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}\right) + \left(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}\right) + ۴ \longrightarrow ۲\left(\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\sqrt{۶}}\right) + ۴$$
$$f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = \boxed{۲\sqrt{۶}+۴}$$

۸

$$\begin{cases} ۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \\ ۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \end{cases}$$
$$۴f(x) - ۶f(-x) = ۸x^۲ - ۲x$$
$$۶f(-x) - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x$$
$$\longrightarrow -۵f(x) = ۲۰x^۲ + x$$
$$\boxed{f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}}$$

۹

$$x = ۰ \longrightarrow ۲f(۰) = ۳m - ۱ \longrightarrow \boxed{f(۰) = \frac{۳m-۱}{۲}}$$

۱۰

$$f(x) + f\left(\frac{۱}{x}\right) = ax + b + \frac{a}{x} + b \longrightarrow a\left(x+\frac{۱}{x}\right) + ۲b \longrightarrow \frac{a(x^۲+۱)+۲bx}{x}$$
$$\frac{ax^۲+۲bx+a}{x} = \frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \qquad a = ۳ \quad b = -۶$$
$$f(-۱) = ۳(-۱) - ۶ \longrightarrow \boxed{f(-۱) = -۹}$$