نام و نام خانوادگی ...... ماهان بابائیان ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۴ ...... کلاس یازدهم تجربی B ......

۲۰

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$

$\frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0$

$\frac{\cancel{x^2}+1-2x-\cancel{x^2}}{x^2-x}\geq 0$

$\frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0$ ، $\frac{1}{2}$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$

$+ \quad - \quad + \quad -$

$\boxed{D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)}$

۴

ب) $f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}=$

$x\neq 1$ ، $x\neq -2$

$\frac{\frac{x-2x-2}{x(x+1)}}{\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}}=\frac{(-x-2)(x-1)(x+2)}{x(x+1)(4x+5)}$

$-x-2$ ، $4x+5$ ، $-\frac{5}{4}$

$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{0,-1,-\frac{5}{4},1,-2\}}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{(\frac{1}{3}^x-9)(32-4^x)}$

$(3^{-x}-3^2)(2^5-2^{2x})\geq 0$

$-x=2$ ، $x=-2$

$2x=5$ ، $x=\frac{5}{2}$

$-2 \quad 2/5$

$+ \quad - \quad +$

$\boxed{D_f=(-\infty,-2]\cup[2/5,+\infty)}$

۴

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3$

$x-1\leq 81$ ، $x\leq 82$

$x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$

$1\leq x\leq 82$ ، $\boxed{D_f=[1,82]}$

۳

$f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}=$ → $x^2-x-2>0$ → $(x-2)(x+1)>0$

$-1 \quad 2$

$+ \quad - \quad +$ → $x>2$ ، $x<-1$ (۱)

$\sqrt{x^2-1}\neq -1$ → هیچ صورت نمی‌گیرد.

$\boxed{D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)}$

۴

$x^2-1\geq 0$

$x^2\geq 1$ ، $x\geq 1$ ، $x\leq -1$ (۲)

(۱) $\cap$ (۲) →

$-1 \quad 1 \quad 2$

۴

$\sqrt{3+ax-x^2}$ ، $D_f=[-2,b]$ ، $a+b=?$

$a=-\frac{1}{2}$ ، $b=\frac{3}{2}$ ، $\boxed{a+b=1}$

$3+ax-x^2\geq 0$ تکیه از ریشه‌ها

if $x=-2 \rightarrow 3-2a-4=0$

$2a=-1$ ، $\boxed{a=-\frac{1}{2}}$

۴

$3-\frac{1}{2}x-x^2\geq 0$ → ریشه‌ها

$\frac{+\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+12}}{-2}$ ، $\frac{7}{2}$

$\frac{\frac{1}{2}+\frac{7}{2}}{-2}=-2$

$\frac{\frac{1}{2}-\frac{7}{2}}{-2}=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$ → $\boxed{b=\frac{3}{2}}$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & ; x\geq 1\\ 2x+3 & ; x<1\end{cases}$

$g(x)=\sqrt{f(x)-x}\geq 0$ ، $D_g=?$

→ $f(x)\geq x$

۴

if $x\geq 1$ $g(x)=\sqrt{3x-2-x}=\sqrt{2x-2} \Rightarrow 2x-2\geq 0$ ، $2x\geq 2$ ، $x\geq 1$ (۱)

if $x<1$ $g(x)=\sqrt{2x+3-x}=\sqrt{x+3} \rightarrow x+3\geq 0$ ، $x\geq -3$ (۲)

(۱) $\cup$ (۲) $\boxed{D_g=[-3,+\infty)}$

$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) & ; x>۱\\ ۳a+۲x & ; x\leq ۱\end{cases}$

$f(۵) \Rightarrow (a+۱)(۷)=۷a+۷$

$f(-۲)=۳a-۴$

$۲f(۵)=f(-۲)+a$

$۱۴a+۱۴=\cancel{۳a-۴+a}\ ۴a-۴$

$۱۰a=-۱۸$

$\boxed{a=-۱/۸}$ ۶

$f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{۱}{\sqrt{x}}+۲ \qquad f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=?$

$۲-\sqrt{۳},\ ۲+\sqrt{۳} \longrightarrow$ معکوس

$(\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}})^۲=x+\frac{۱}{x}+۲ \qquad f(x)=\sqrt{(\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}})^۲}+۲ \Rightarrow f(x)=\sqrt{x+\frac{۱}{x}+۲}+۲$ ۷

$f(۲-\sqrt{۳})=\sqrt{۲-\sqrt{۳}+\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}+۲}+۲=\sqrt{۲-\sqrt{۳}+۲+\sqrt{۳}+۲}+۲=\sqrt{۶}+۲$

$f(۲+\sqrt{۳})=\sqrt{۲+\sqrt{۳}+\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}+۲}+۲=\sqrt{۲+\sqrt{۳}+۲-\sqrt{۳}+۲}+۲=\sqrt{۶}+۲$

$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=۲(\sqrt{۶}+۲)=\boxed{۴+۲\sqrt{۶}}$

$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \qquad f(x)=?$

if $x=-x \xrightarrow{\times ۳} ۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x$

$\times ۲ \quad ۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x$

$\boxed{f(x)=-۴x^۲-\frac{x}{۵}}$ ۸

$(+)\ \ ۶f(-x)-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x$

$۴f(x)-۶f(-x)=۸x^۲-۲x$

$-۵f(x)=۲۰x^۲+x \Rightarrow f(x)=\dfrac{۲۰x^۲+x}{-۵}$

$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱ \qquad f(۰)=?$

if $x=۰,\ ۲f(۰)=۳m-۱ \longrightarrow f(۰)=\dfrac{۳m-۱}{۲}$

if $x+۲=۰ \Rightarrow x=-۲ \Rightarrow ۶f(۰)=۱۶+۲m+۳m-۱ \Rightarrow ۶f(۰)=۵m+۱۵ \qquad f(۰)=\dfrac{۵m+۱۵}{۶}$ ۹

$\dfrac{۳m-۱}{۲}=\dfrac{۵m+۱۵}{۶} \Rightarrow ۹m-۳=۵m+۱۵ \Rightarrow ۴m=۱۸ \qquad m=\dfrac{۹}{۲}$

if $f(۰)=\dfrac{۳m-۱}{۲} \xrightarrow{m=\frac{۹}{۲}} f(۰)=\dfrac{(۳\times\frac{۹}{۲})-۱}{۲}=\dfrac{\frac{۲۵}{۲}}{۲}=\dfrac{۲۵}{۴}$

$f(x)+f(\frac{۱}{x})=\dfrac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \qquad f(-۱)=? \qquad f(x)=ax+b$

روش ۱ $\longrightarrow$ if $x=-۱ \Rightarrow f(-۱)+f(-۱)=\dfrac{۳+۱۲+۳}{-۱} \Rightarrow ۲f(-۱)=-۱۸$

$\boxed{f(-۱)=-۹}$

روش ۲ $\longrightarrow f(x)=ax+b,\ f(\frac{۱}{x})=\dfrac{a}{x}+b$ ۱۰

$ax+b+\dfrac{a}{x}+b=\dfrac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x} \to \dfrac{۳(x^۲-۴x+۱)}{\cancel{x}}=\dfrac{ax^۲+۲bx+a}{\cancel{x}}$

$\dfrac{ax^۲+bx+a+bx}{x}$

$a=۳ \Rightarrow f(x)=ax+b \longrightarrow f(x)=۳x-۶$

$۲b=-۱۲ \Rightarrow b=-۶$

$f(-۱)=-۳-۶=-۹$