۱۰
ماهور عطیه پور

۱۹٫۲۵

۱- دامنه توابع زیر را بدست آورید.

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$ $\to x\neq 0,1$

$\to \sqrt{\frac{\cancel{x^2}-2x+1-\cancel{x^2}}{(x)(x-1)}} \to \sqrt{\frac{-2x+1}{(x)(x-1)}}$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$

$+ \quad - \quad + \quad -$ $\to D_f=[\frac{1}{2},1)\cup(-\infty,0)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$

(1) $x\neq\{-1,0,1,-2\}$

(2) $\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \to \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \to$

$4x+5\neq 0 \to x\neq -\frac{5}{4}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{5}{4},-1,0,1,-2\}$

۲

۲- دامنه توابع

الف) $\sqrt{\left((\frac{1}{3})^x-9\right)\left(32-4^x\right)}$

ریشه $=\cancel{-3}$ -2 ، ریشه $=\frac{5}{2}$

$D_f=(-\infty,\cancel{-3}\,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

$-3 \quad \frac{5}{2}$

$+ \quad - \quad +$

۱٫۷۵

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$x\geq 1$ ، $\sqrt[4]{x-1}-3\leq 0 \to x-1\leq 81$

$x\leq 82$ $\to D_f=[1,82]$

۳- دامنه تابع مقابل: $f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$

(1) $x^2-x-2>0 \to$ $-1 \quad 2$; $+ \quad - \quad +$

$(2,+\infty)\cup(-\infty,-1)$

(2) $x^2-1\geq 0 \to$ $-1 \quad 1$; $+ \quad - \quad +$ $\quad [1,+\infty)\cup(-\infty,-1]$

۲

(3) $\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \to$ ✓

$-1 \quad 1 \quad 2$

$\to (1)\cap(2) \to (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴- اگر دامنه تابع $\sqrt{3+ax-x^2}$ بازه $[-2,b]$ مقدار $a+b$ را بدست آورید.

$\to$ ریشه $=-2,b \to$ به ازای $-2=0$ $\Rightarrow 3-2a-4=0 \to 2a=-1 \to a=-\frac{1}{2}$

$-x^2-\frac{1}{2}x+3 \to -(x^2+\frac{1}{2}x-3)\to -(x+2)(x-\frac{3}{2})$ $\quad -2 \quad \frac{3}{2}$ $\to b=\frac{3}{2}$

$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\to 1$

۲

۵- اگر $f(x)=\begin{cases}3x-2 & : x\geq 1\\ 2x+3 & : x<1\end{cases}$ باشد دامنه تابع $g(x)=\sqrt{f(x)-x}$ کدام است؟

به ازای $x\geq 1$ $\leftarrow$

$-3 \quad 1$

-3 ; $- \quad +$ $\quad x+3 \quad 3x-2$ ✓ همواره +

$D_f=[-3,+\infty)$

۲

۶_ اگر $f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+1) \\ 3a+2x \quad ; x\le 1\end{cases}$ و $2f(5)=f(-2)+a$ باشد مقدار a ؟

$2f(5)=\underbrace{2(a+1)}_{}(7)=14a+14$ ($7a+7$)

$2f(5)=f(-2)+a \longrightarrow 3a-4+a=4a-4$

$$\begin{cases}4a-4=14a+14 \\ -10a=-18 \to a=-1.8\end{cases}$$

د

$\left(\sqrt[4]{x}+\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^2$

۷_ اگر $f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2$ باشد حاصل $f(2-\sqrt3)+f(2+\sqrt3)$ برابر چند است؟

۲٫۵

$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \longrightarrow \sqrt{2+\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt3}}+2+\sqrt{2-\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt3}} \to \sqrt{2+\sqrt3}$

$\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}}$

$=\sqrt{2-\sqrt3}$

$\Rightarrow 2\sqrt{2+\sqrt3}+2\sqrt{2-\sqrt3}+4 = 2\sqrt6+4$

$2\underbrace{\left(\sqrt{2+\sqrt3}+\sqrt{2-\sqrt3}\right)}_{A\to A^2=6}$

۸_ $f(x)$ ؟

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x$

$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \longrightarrow \times\frac32 = 3f(-x)-\frac92 f(x)=6x^2+\frac32 x$

$(2-4.5)f(x)=10x^2+\frac12 x$

د

$-2.5f(x)=10x^2+\frac12 x \longrightarrow \times -\frac25$

$f(x)=-4x^2+-\frac15 x$

۹_ اگر $(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1$ باشد مقدار $f(0)$ ؟

$$\begin{cases}2f(0)=3m-1 \\ +6f(0)=16+2m+3m-1\end{cases}$$

$9m-3=15+5m \longrightarrow 4m=18 \longrightarrow m=\frac{18}{4}$

د

$f(0)=\frac{50}{8}\to 6.25$

۱۰_ اگر f یک تابع خطی و $f(x)+f(\frac1x)=\frac{3x^2-12x+3}{x}$ باشد مقدار $f(-1)$ ؟ (تابع خطی به صورت $ax+b$)

د

$2f(-1)=\frac{3+12+3}{-1} \to f(-1)=-9$