۱ـ دامنه توابع زیر را بدست آورید.

الف) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x}{x-1}} \rightarrow x\neq 0,1$

$\rightarrow \sqrt{\dfrac{\cancel{x^2}-2x+1-\cancel{x^2}}{(x)(x-1)}} \rightarrow \sqrt{\dfrac{-2x+1}{(x)(x-1)}}$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$

$+ \quad - \quad + \quad -$

$D_f = \rightarrow [\frac{1}{2},1)\cup(-\infty,0)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$

① $x\neq\{-1,0,1,-2\}$

② $\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{x+2}\neq 0 \rightarrow \dfrac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \rightarrow$

$4x+5\neq 0 \rightarrow x\neq -\frac{5}{4}$

$D_f = \mathbb{R}-\{-\frac{5}{4},-1,0,1,-2\}$

۲ـ دامنه توابع

الف) $\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^{x}\right)}$

$-3 =$ ریشه $\qquad \frac{5}{2} =$ ریشه

$D_f = (-\infty,-3]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

$-3 \quad \frac{5}{2}$

$+ \quad - \quad +$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$x\geq 1$, $\sqrt[4]{x-1}-3\leq 0 \rightarrow x-1\leq 81$

$x\leq 82 \rightarrow D_f=[1,82]$

۳ـ دامنه تابع مقابل $f(x)=\dfrac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$

① $x^2-x-2>0 \rightarrow$ $-1 \quad 2$ $\quad + \quad - \quad +$

$(2,+\infty)\cup(-\infty,-1)$

② $x^2-1\geq 0 \rightarrow$ $-1 \quad 1$ $\quad + \quad - \quad +$ $\quad [1,+\infty)\cup(-\infty,-1]$

③ $\sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \rightarrow ✓$

$-1 \quad 1 \quad 2$

$\rightarrow ①\cap② \rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴ـ اگر دامنه تابع $\sqrt{3+ax-x^2}$ بازه $[-2,b]$ مقدار $a+b$ را بدست آورید.

$\rightarrow$ ریشه $= -2, b \rightarrow$ به ازای $-2 = 0 \Rightarrow 3-2a-4=0 \rightarrow 2a=-1 \rightarrow a=\frac{1}{2}$

$-x^2-\frac{1}{2}x+3 \rightarrow -(x^2+\frac{1}{2}x-3) \rightarrow -(x+2)(x-\frac{3}{2})$ $\quad -2 \quad \frac{3}{2} \quad \rightarrow b=\frac{3}{2}$

$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2} \rightarrow 1$

۵ـ اگر $f(x)=\begin{cases}3x-2 : x\geq 1\\ 2x+3 : x<1\end{cases}$ باشد دامنه تابع $g(x)=\sqrt{f(x)-x}$ کدام است؟

به ازای $x\geq 1$ ←

$-3 \quad 1$

-3

$- \quad +$ $\quad x+3 \qquad 3x-2 ✓$

همواره که

$D_f=[-3,+\infty)$

۶- اگر $f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+1) \\ 3a+2x \;;\; x\le 1\end{cases}$ و $2f(5)=f(-2)+a$ باشد مقدار a ؟

$$2f(5)=\underbrace{2(a+1)(7)}_{7a+7}=14a+14$$

$$2f(5)=f(-2)+a \longrightarrow 3a-4+a=4a-4$$

$$4a-4=14a+14$$

$$10a=-18 \rightarrow a=-1.8$$

$$\left(\sqrt[4]{x}+\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^2$$

۷- اگر $f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2$ باشد حاصل $f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})$ برابر چند است؟

$$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \longrightarrow \sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+2+\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\sqrt{2-\sqrt{3}} \qquad \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\rightarrow\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2+\sqrt{3}}+2\sqrt{2-\sqrt{3}}+4$$

۸- $f(x)$ ؟

$$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x$$

$$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \longrightarrow \times\frac{3}{2}=3f(-x)-\frac{9}{2}f(x)=6x^2+\frac{3}{2}x$$

$$(2-4.5)f(x)=10x^2+\frac{1}{2}x$$

$$-2.5f(x)=10x^2+\frac{1}{2}x \longrightarrow \times -\frac{2}{5}$$

$$f(x)=-4x^2+-\frac{1}{5}x$$

۹- اگر $(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1$ باشد مقدار $f(0)$ ؟

$$2f(0)=3m-1$$

$$+6f(0)=16+2m+3m-1$$

$$9m-3=15+5m \longrightarrow 4m=18 \longrightarrow m=\frac{18}{4}$$

$$f(0)=\frac{50}{8}\rightarrow 6.25$$

۱۰- اگر f یک تابع خطی و $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{3x^2-12x+3}{x}$ باشد مقدار $f(-1)$ ؟ (تابع خطی به فرم $ax+b$)

$$2f(-1)=\frac{3+12+3}{-1} \rightarrow f(-1)=-9$$