(هستا عظیمی پور)

۱- دامنه؟

الف) $\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \Rightarrow \frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \quad \frac{\cancel{x^2}-2x+1}{x(x-1)}$

$x\neq 0 \quad x\neq 1$

$+ \;\; 0 \;\; - \;\; \frac{1}{2} \;\; + \;\; 1 \;\; -$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \quad \frac{\frac{\cancel{x-2x-2}(-x-2)}{(x+1)(x)}}{\frac{3x+6+x-1\,(4x+5)}{(x-1)(x+2)}} \Rightarrow \frac{-(x+2)^2(x-1)}{(x+1)(x)(4x+5)}$

$-1 \quad 0 \quad -\frac{5}{4}$

$-2^* \quad -\frac{5}{4} \quad -1 \quad 0 \quad 1$

$- \;\; - \;\; + \;\; - \;\; + \;\; -$

$D_f=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲- دامنه؟

الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)}\geq 0$

$-3 \qquad \frac{5}{2}$

$+ \;\; -3 \;\; - \;\; \frac{5}{2} \;\; +$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-3]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$ و $\Rightarrow 3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow$

$x\geq 1 \quad I$

$3\geq\sqrt[4]{x-1} \xrightarrow{\text{توان ۴}} 81\geq x-1 \Rightarrow \overset{II}{x\leq 82}$

$I\cap II \Rightarrow D_f\,[1,82]$

۳) دامنه تابع مقابل در

$\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \to$ مخرج حتما +

مخرج $\Leftarrow x\geq 1$ ___ $x\leq -1 \leftarrow x^2-1\geq 0$ ①

$+ \;\; -1 \;\; - \;\; 1 \;\; +$

صورت $\Leftarrow x^2-x-2>0 \Rightarrow (x-2)(x+1)>0$

$+ \;\; -1 \;\; - \;\; 2 \;\; + \Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ ② $\quad x\geq 1 \quad x\leq -1$

اشتراک ① و ② $\Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴) دامنه تابع $\sqrt{3+ax-x^2}$ بازه $[-2,b]$ است مقدار $a+b$ ؟

$3+ax-x^2\geq 0 \Rightarrow x^2-ax-3\leq 0 \to$ بین ۲ ریشه = $\boxed{-2}$ = یکی از ریشه‌ها

$(x+2)(x-\frac{3}{2}) \Rightarrow -a=2-\frac{3}{2}=+\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

$\boxed{\frac{3}{2}}$ = ریشه دیگر

$-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\boxed{1}$

۵) اگر $f(x)\begin{cases}3x-2 & x\geq 1\\ 2x+3 & x<1\end{cases}$ دامنه تابع $g_x=\sqrt{f(x)-x}$

$3x-2=x \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$ ✓ $\quad \boxed{3x+2} \quad \boxed{x\geq 1}$

$2x+3=x \Rightarrow x=-3$ ✓ $\quad \boxed{x+3\geq 0} \to \boxed{x\geq -3}$

$\Bigg\} \; D_f=[-3,+\infty)$

۶- اگر $۲f(۵)=\cancel{۲}f(-۲)+a$ و $f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) & x>۱\\ ۳a+۲x & x\leqslant ۱\end{cases}$

مقدار a؟

$۲(a+۱)(۷)=۳a-۴+a$

$۱۴a+۱۴=۴a-۴ \Rightarrow ۱۰a=-۱۸ \Rightarrow \boxed{a=-۱/۸}$

۷- اگر $f(x)=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲$ باشد حاصل $f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})$ ؟

$\sqrt{۲\sqrt{x}}+۲\frac{۱}{\sqrt{x}}+۴ \rightarrow ۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۴$

$۲(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۲)$

۸- f(x)؟

$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \times\frac{۵}{۲}$

$\frac{۳}{۲}\ \ ۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x$

$۳f(-x)-\frac{۹}{۲}f(x)=۶x^۲+\frac{۳}{۲}x$

$\frac{-۵}{۲}(۳-\frac{۹}{۲})f(x)=۱۰x^۲+\frac{۱}{۲}x \Rightarrow f(x)=-\frac{۲}{۵}(۱۰x^۲+\frac{۱}{۲}x)$

$\boxed{-۴x^۲+-\frac{۱}{۵}x}$

۹) اگر $(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱$ باشد مقدار f(۰)؟

$۲f(۰)=۳m-۱ \Rightarrow ۹m-۳=۱۴+۵m-۱$

$-۲\longrightarrow ۶f(۰)=۱۴+۵m-۱$ $\quad ۴m=۱۸ \Rightarrow m=۴/۵$

$۲f(۰)=۱۳/۵-۱=۱۲/۵\div۲=\boxed{۶/۲۵}$

۱۰) اگر f یک تابع خطی باشد $f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$ باشد مقدار f(-۱)؟

$(ax+\frac{۱}{x}a+۲b)\times x=۳x^۲-۱۲x+۳$

$ax^۲+a+۲bx \Rightarrow a=۳$ و $b=-۶$

$ax+b$

$(-۱)\times۳-۶=\boxed{-۹}$