۲۰

نام و نام خانوادگی ......ملینا فروتن...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۴... کلاس ......یازدهم تجربی B......

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}\geq 0$

$\frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \qquad \frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$: $+ \; - \; + \; -$ $\to D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ $\quad x+1\neq 0 \quad x\neq -1 \quad x\neq 0$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0$

$x-1\neq 0\to x\neq 1 \qquad x+2\neq 0\to x\neq -2$

$\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0\to x\neq\frac{-5}{4}$, $1,-2$

$D_f=\mathbb{R}-\{-1,0,1,-2,\frac{-5}{4}\}$

۵

۲

الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)(32-4^x)}\geq 0$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x-9=0 \quad \left(\frac{1}{3}\right)^x=9\to x=-2$

$32-4^x\neq 0\to 2^5\neq 2^{2x}\to x=\frac{5}{2}$

$-2 \quad \frac{5}{2}$: $+ \; - \; +$ $\to D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$

$(3\geq\sqrt[4]{x-1})^4\to 3^4\geq x-1$

$x\leq 3^4+1$ (1), $x-1\geq 0\to x\geq 1$ (2)

$(1)\cap(2)=D_f=[1,82]$

۵

۳

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}\to x^2-x-2>0 \qquad (x-2)(x+1)>0$

$-1 \quad 2$: $+ \; - \; +$ (1)

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0\to\sqrt{x^2-1}\neq -1$ همیشه برقرار (2)

$x^2-1\geq 0\to$ $-1 \quad 1$: $+ \; - \; +$ (3)

$(1)\cap(2)\cap(3)=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۵

۴

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2}\geq 0\to x=-2\to 3+ax-x^2=0\to 3-2a-4=0$

$-2a-1=0\to a=-\frac{1}{2}$

$-x^2-\frac{x}{2}+3\geq 0 \to \Delta=b^2-4ac=\frac{1}{4}+12=\frac{49}{4}\to x=\dfrac{\frac{1}{2}\pm\frac{7}{2}}{-2}$

$x=-2,\ \frac{3}{2}\to D_f=[-2,\frac{3}{2}]\to a+b=\frac{3}{2}+-\frac{1}{2}=1$

۵

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & ; x\geq 1\\ 3+2x & ; x<1\end{cases}$

$x\geq 1 \to g(x)=\sqrt{f(x)-x} \to x\geq 1:\ \sqrt{3x-2-x}=\sqrt{2x-2}$

$x<1\to g(x)=\sqrt{f(x)-x}\to x<1:\ \sqrt{2x+3-x}=\sqrt{x+3}$

$2x-2\geq 0\to 2x\geq 2\to x\geq 1$ (1)

$x+3\geq 0\to x\geq -3$ (2)

$(1)\cup(2)=[-3,+\infty)$

۵

$$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) & ; x>1\\ 3a+2x & ; x\leq 1\end{cases}\qquad 2f(5)=f(-2)+a$$

$$2\times(a+1)(5+2)=3a-4+a\rightarrow 14a+14=4a-4\rightarrow 10a=-18\rightarrow a=\frac{-18}{10}$$ ۶

$$\boxed{a=\frac{-9}{5}}$$

$$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \rightarrow \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2}=\sqrt{x+\frac{1}{x}+2}$$

$$f(x)=\sqrt{x+\frac{1}{x}+2}+2 \rightarrow 2-\sqrt{3}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$$ یعنی معکوس هم هستند $\leftarrow 2+\sqrt{3}\,,\,2-\sqrt{3}$ ۷

$$f(2-\sqrt{3})=\sqrt{2-\sqrt{3}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}+2}+2=\sqrt{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}+2}+2=2+\sqrt{6}$$

$$+$$

$$f(2+\sqrt{3})=\sqrt{2+\sqrt{3}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}+2}+2=\sqrt{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2}+2=\sqrt{6}+2 \quad \boxed{4+2\sqrt{6}}$$

$$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \rightarrow x=x\rightarrow \left(2f(x)-3f(-x)=4x^2-x\right)\times 2$$

$$\searrow x=-x\rightarrow \left(2f(-x)-3f(x)=4x^2+x\right)\times 3$$

$$4f(x)-\cancel{6f(-x)}=8x^2-2x$$ ۸

$$+$$

$$\cancel{6f(-x)}-9f(x)=12x^2+3x$$

$$-5f(x)=20x^2+x \rightarrow \boxed{f(x)=-4x^2-\frac{x}{5}}$$

$$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1 \rightarrow x=0\,,\; x=-2$$

$$x=0\rightarrow 2f(0)=3m-1\rightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}$$

$$x=-2 \quad 6f(0)=16+2m+3m-1=15+5m\rightarrow f(0)=\frac{15+5m}{6}$$ ۹

$$\frac{3m-1}{\cancel{2}}=\frac{15+5m}{\cancel{6}\,3}\rightarrow m=\frac{9}{2}\rightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}=\frac{\frac{27}{2}-\frac{2}{2}}{2}=\boxed{\frac{25}{4}=6.25}$$

$$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{3x^2-12x+3}{x}\rightarrow f(x)=ax+b\;;\; f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{a}{x}+b$$

$$ax+b+\frac{a}{x}+b=\frac{ax^2+2bx+a}{x}=\frac{3x^2-12x+3}{x}\rightarrow a=3\,,\; b=-6$$ ۱۰

$$f(-1)+f(-1)=\frac{3+12+3}{-1}=2f(-1)=-18\rightarrow \boxed{f(-1)=-9}$$