نام و نام خانوادگی ......ملینا مروتی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ......یازدهم تجربی B......

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}\geq 0$

$\frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \qquad \frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$; $+ \; - \; + \; -$ $\to D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ $\quad x+1\neq 0 \quad x\neq -1 \quad x\neq 0$

$0\neq \leftarrow \frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}$

$x-1\neq 0\to x\neq 1 \qquad x+2\neq 0\to x\neq -2$

$\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \to x\neq\frac{-5}{4}$, $1,-2$

$D_f=\mathbb{R}-\{-1,0,1,-2,\frac{-5}{4}\}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)}\geq 0$

$(\frac{1}{3})^x-9=0 \quad (\frac{1}{3})^x=9\to x=-2$

$32-4^x\neq 0\to 2^5\neq 2^{2x}\to x=\frac{5}{2}$

$-2 \quad \frac{5}{2}$; $+ \; - \; +$ $\to D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$

$(3\geq\sqrt[4]{x-1})^4\to 3^4\geq x-1$

$x\leq 3^4+1$ (1) , $x-1\geq 0\to x\geq 1$ (2)

(1) $\cap$ (2) $= D_f=[1,82]$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}\to x^2-x-2>0 \quad (x-2)(x+1)>0$; $-1 \quad 2$; $+ \; - \; +$ (1)

$\sqrt{x^2-1}+1\neq 0\to\sqrt{x^2-1}\neq -1$ همیشه برقرار (2)

$x^2-1\geq 0\to$ $-1 \quad 1$; $+ \; - \; +$ (3)

(1) $\cap$ (2) $\cap$ (3) $=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$f(x)=\sqrt{3+ax-x^2}\geq 0\to x=-2\to 3+ax-x^2=0\to 3-2a-4=0$

$-2a-1=0\to a=-\frac{1}{2}$

$-x^2-\frac{x}{2}+3\geq 0\to\Delta=b^2-4ac=\frac{1}{4}+12=\frac{49}{4}\to x=\dfrac{-\frac{1}{2}\pm\frac{7}{2}}{-2}$

$x=-2 , \frac{3}{2}\to D_f=[-2,\frac{3}{2}]\to a+b=\frac{3}{2}+-\frac{1}{2}=1$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & ; x\geq 1\\ 3+2x & ; x<1\end{cases}$ $\to g(x)=\sqrt{f(x)-x}\to x\geq 1: \sqrt{3x-2-x}=\sqrt{2x-2}$; $g(x)=\sqrt{f(x)-x}\to x<1: \sqrt{2x+3-x}=\sqrt{x+3}$

$2x-2\geq 0\to 2x\geq 2\to x\geq 1$ (1)

$x+3\geq 0\to x\geq -3$ (2)

(1) $\cup$ (2) $=[-3,+\infty)$

۶

$f(x) = \begin{cases} (a+1)(x+۲) \; ; & x > ۱ \\ ۳a + ۲x \; ; & x \leq ۱ \end{cases} \qquad ۲f(۵) = f(-۲) + a$

$۲ \times (a+۱)(۵+۲) = ۳a - ۴ + a \rightarrow ۱۴a + ۱۴ = ۴a - ۴ \rightarrow ۱۰a = -۱۸ \rightarrow a = \frac{-۱۸}{۱۰}$

$\boxed{a = \frac{-۹}{۵}}$

۷

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۲ \rightarrow \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} = \sqrt{\left(\sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}}\right)^۲} = \sqrt{x + \frac{۱}{x} + ۲}$

$f(x) = \sqrt{x + \frac{۱}{x} + ۲} + ۲ \rightarrow ۲ - \sqrt{۳} = \frac{۱}{۲ + \sqrt{۳}}$ معکوس هم هستند یعنی $\leftarrow ۲ + \sqrt{۳} , ۲ - \sqrt{۳}$

$f(۲ - \sqrt{۳}) = \sqrt{۲ - \sqrt{۳} + \frac{۱}{۲ - \sqrt{۳}} + ۲} + ۲ = \sqrt{۲ - \sqrt{۳} + ۲ + \sqrt{۳} + ۲} + ۲ = ۲ + \sqrt{۶}$

$f(۲ + \sqrt{۳}) = \sqrt{۲ + \sqrt{۳} + \frac{۱}{۲ + \sqrt{۳}} + ۲} + ۲ = \sqrt{۲ + \sqrt{۳} + ۲ - \sqrt{۳} + ۲} + ۲ = \sqrt{۶} + ۲$ $+$ $\boxed{۴ + ۲\sqrt{۶}}$

۸

$۲f(x) + ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \rightarrow x = x \rightarrow (۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x) \times ۲$

$\rightarrow x = -x \rightarrow (۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x) \times ۳$

$۴f(x) - \cancel{۶f(-x)} = ۸x^۲ - ۲x$

$+$

$\cancel{۶f(-x)} - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x$

$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x \rightarrow \boxed{f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}}$

۹

$(x+۲)f(x) - ۳xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱ \rightarrow x = ۰ , \; x = -۲$

$x = ۰ \rightarrow ۲f(۰) = ۳m - ۱ \rightarrow f(۰) = \frac{۳m - ۱}{۲}$

$x = -۲ \quad ۶f(۰) = ۱۶ + ۲m + ۳m - ۱ = ۱۵ + ۵m \rightarrow f(۰) = \frac{۱۵ + ۵m}{۶}$

$\frac{۳m - ۱}{\cancel{۲}} = \frac{۱۵ + ۵m}{\cancel{۶}\,۳} \rightarrow m = \frac{۹}{۲} \rightarrow f(۰) = \frac{۳m - ۱}{۲} \quad \frac{\frac{۲۷}{۲} - \frac{۲}{۲}}{۲} = \boxed{\frac{۲۵}{۴} = ۶/۲۵}$

۱۰

$f(x) + f\left(\frac{۱}{x}\right) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{۲x} \rightarrow f(x) = ax + b \; , \; f\left(\frac{۱}{x}\right) = \frac{a}{x} + b$

$ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{ax^۲ + ۲bx + a}{x} = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x} \rightarrow a = ۳ , \; b = -۶$

$f(-۱) + f(-۱) = \frac{۳ + ۱۲ + ۳}{-۱} = ۲f(-۱) = -۱۸ \rightarrow \boxed{f(-۱) = -۹}$