(تکلیف شماره)　　(فاطمه شکرانی)　　۲۰　　(یازدهم / دهم B)

۱

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x-۱}{x} - \frac{x}{x-۱}}$

$\frac{x-۱}{x} - \frac{x}{x-۱} \geqslant ۰$

$\frac{x^۲+۱-۲x-x^۲}{x^۲-x} = \frac{۱-۲x}{x(x-۱)} \geqslant ۰$

$۰ \quad \frac{۱}{۲} \quad ۱$

$+ \;|\; - \;|\; + \;|\; -$

$D_f = (-\infty, ۰) \cup [\frac{۱}{۲}, ۱)$

ب) $f(x) = \dfrac{\frac{۱}{x+۱} - \frac{۲}{x}}{\frac{۳}{x-۱} + \frac{۱}{x+۲}}$　-۱　۰　۱　-۲

$x \neq ۰, -۱, ۱, -۲$ ✓

$\frac{۳}{x-۱} + \frac{۱}{x+۲} \neq ۰ \quad \frac{۳x+۶+x-۱}{(x-۱)(x+۲)} = \frac{۴x+۵}{(x-۱)(x+۲)} \rightarrow x \neq \frac{-۵}{۴}$

$D_f = R - \{-۲, \frac{-۵}{۴}, -۱, ۰, ۱\}$

۲

الف) $f(x) = \sqrt{\left[\left(\frac{۱}{۳}\right)^x - ۹\right](۳۲ - ۴^x)}$ $\rightarrow ۲^۵ = ۳۲ = ۲^{۲x}$ $\boxed{x = \frac{۵}{۲}}$

$\underline{\left(\left(\frac{۱}{۳}\right)^x - ۹\right)(۳۲ - ۴^x) \geqslant ۰}$

$۳^{-x} - ۹ = ۰ \quad ۳^{-x} = ۳^۲$ $\boxed{x = -۲}$

$-۲ \quad ۲/۵$

$+ \;|\; - \;|\; +$

$D_f = R - (-۲, ۲/۵)$ ✓

ب) $\sqrt[۴]{x-۱} + \sqrt{y+۱} = ۳ \quad x - ۱ \geqslant ۰ \quad x \geqslant ۱$

$\sqrt{y+۱} = ۳ - \sqrt[۴]{x-۱} \geqslant ۰$

$۳ \geqslant \sqrt[۴]{x-۱}$

$۸۱ \geqslant x - ۱ \rightarrow ۸۲ \geqslant x$

$D_f = [۱, ۸۲]$

۳

$f(x) = \dfrac{\log_۴^{(x^۲-x-۲)}}{\underbrace{\sqrt{x^۲-۱} + ۱}_{\text{۰ نمی‌شود}}}$

$(x-۲)(x+۱) > ۰$

$-۱ \quad ۲$

$+ \;|\; - \;|\; + \rightarrow (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$ ①

$x^۲ - ۱ \geqslant ۰ \quad x^۲ \geqslant ۱$

$x \geqslant ۱$

$x \leqslant -۱$ ②　✓

$① \cap ② = (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$

۴

$f(x) = \sqrt{۳ + ax - x^۲}$

$D_f = [-۲, b]$

$a + b = ?$

$-x^۲ + ax + ۳ \geqslant ۰$

$-\underbrace{(-۲)^۲}_{۴} + a(-۲) + ۳ = ۰$

$-۴ - ۲a + ۳ = ۰ \rightarrow -۱ = ۲a \rightarrow a = \frac{-۱}{۲}$

$-x^۲ - \frac{۱}{۲}x + ۳ \geqslant ۰$

$\Delta = \frac{۱}{۴} - ۴(-۱)(۳) = \frac{۴۹}{۴}$

$\dfrac{\frac{۱}{۲} \pm \overset{\frac{۷}{۲}}{\sqrt{\Delta}}}{-۲} \;\; \begin{matrix} -۲ \\ \frac{۳}{۲} \end{matrix}$

$-۲ \quad \frac{۳}{۲}$

$- \;|\; + \;|\; -$ ✓

$\left(-\frac{۱}{۲}\right) + \left(\frac{۳}{۲}\right) = \frac{۲}{۲} = ۱$

۵

$f(x) = \begin{cases} ۳x - ۲ \; ; & x \geqslant ۱ \\ ۲x + ۳ \; ; & x < ۱ \end{cases}$

$g(x) = \sqrt{f(x) - x}$　$f(x) - x \geqslant ۰$　$f(x) \geqslant x$

برای اعداد بزرگتر مساوی ۱ همواره برقرار است
و برای اعداد کوچکتر از ۱ از منفی ۳
✓ $\rightarrow [-۳, +\infty)$ به بعد برقرار است

$x < ۱ \rightarrow \sqrt{۲x + ۳ - x} = \sqrt{x+۳} \quad x + ۳ \geqslant ۰$

$\boxed{x \geqslant -۳}$

$$f(x)=\begin{cases}(a+۱)(x+۲) & ; x>۱\\ ۳a+۲x & ; x\leqslant ۱\end{cases}$$

$۲f(۵)=f(-۲)+a$

$a=?$

$۲(a+۱)(۷)=۳a+۲(-۲)+a$

$۱۴a+۱۴=۴a-۴$

$۱۰a=-۱۸$

$\boxed{a=\frac{-۱۸}{۱۰}}$

۴)

۶

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}+۲ =$

$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=?$

۱)

$$\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\underbrace{\sqrt{\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}}}_{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۲+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\underbrace{\sqrt{\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}}}_{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+۲=۴+۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

$$=۴+\sqrt{۲}\left(\sqrt{۴-۲\sqrt{۳}}+\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}\right)=$$

$$۴+\sqrt{۲}(\sqrt{۳}-۱+\sqrt{۳}+۱)=\boxed{۲\sqrt{۶}+۴}$$

۷

$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x$

$f(x)=?$

$${}^{۲}\cancel{\times}\ ۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x \quad \leftarrow \textcircled{x}$$

$${}^{۳}\cancel{\times}\ ۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x \quad \leftarrow \textcircled{-x}$$

$$۴f(x)-\cancel{۶f(-x)}=۸x^۲-۲x$$

$$\cancel{۶f(-x)}-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x$$

$$-۵f(x)=۲۰x^۲+x \rightarrow f(x)=-۴x^۲-\frac{۱}{۵}x$$

۴)

۸

$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^۲-mx+۳m-۱$

$f(۰)=?$

$x=۰\rightarrow(۲)f(۰)=۳m-۱\rightarrow f(۰)=\frac{۳m-۱}{۲}$

$x=-۲\rightarrow(۶)f(۰)=۱۶+۵m-۱\rightarrow f(۰)=\frac{۱۵+۵m}{۶}$

۴)

$\frac{۳m-۱}{\cancel{۲}}=\frac{۱۵+۵m}{\cancel{۶}\ ۳}$

$۹m-۳=۱۵+۵m$

$m=\frac{۱۸}{۴}=\frac{۹}{۲}\quad f(۰)=\frac{۳\frac{۱۸}{۴}-۱}{۲}=\frac{۵۰}{۸}=\frac{۲۵}{۴}$

۹

اگر f تابعی خطی باشد ، $f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{۳x^۲-۱۲x+۳}{x}$ ، مقدار $f(-۱)$ کدام است ؟

$$ax+b+a\frac{۱}{x}+b=a\left(\frac{۱}{x}+x\right)+b$$

$$\frac{۳x^۲}{x}-\frac{۱۲x}{x}+\frac{۳}{x}=۳x-۱۲+\frac{۳}{x}=۳\left(\frac{۱}{x}+x\right)-۱۲$$

۳)

$f(-۱)=۳(-۱)-۶=-۹$

$\boxed{\begin{matrix}a=۳\\ b=-۶\end{matrix}}$

۱۰