۱۵٫۷۵

نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ....

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} \Rightarrow \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{x^2+1-2x-x^2}{x^2-x}\geq 0 \Rightarrow \frac{1-2x}{x^2-x}\geq 0$ $\Rightarrow x\leq \frac{1}{2}$

$x(x-1)=0$, $x\neq 1,0$

$$\begin{array}{c|ccc} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \hline + & - & + & - \end{array} \Rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$$

۲

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{x-2x+2}{x^2+x}}{\frac{3x+4+x-1}{x^2+x-2}} \Rightarrow \frac{-x+2}{x(x+1)}$ $x\neq 0$, $x\neq -1$ $D_f=\mathbb{R}-\{-2,-1,-\frac{5}{4},0,1\}$

$\Rightarrow \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}$ $4x=-5 \Rightarrow x=-\frac{5}{4}$

$x=+1$ $x=-2$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)} \Rightarrow (\frac{1}{3})^x-9\geq 0 \Rightarrow (\frac{1}{3})^x\geq 3^2 \Rightarrow 3^{-x}\geq 3^2 \Rightarrow x\leq -2$

$32-4^x\geq 0 \Rightarrow 2^5\geq 2^{2x} \Rightarrow 5\geq 2x \Rightarrow x\leq \frac{5}{2}$ $\begin{array}{ccc} -2 & & \frac{5}{2} \\ + & - & + \end{array}$ $D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \Rightarrow \sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \Rightarrow y+1=(3-\sqrt[4]{x-1})^2 = 9-\sqrt{x-1} \Rightarrow \sqrt{x-1}\geq 0$ $x\geq 1$

۱٫۷۵

$\sqrt{y+1}\geq 0 \Rightarrow$ میدانیم $\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \Rightarrow 3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$ $x\leq 82$

$D_f=[1,82]$

۳

$f(x)=\dfrac{\log_2(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ $>0 \Rightarrow x^2-x-2=(x+1)(x-2)>0$ $\begin{array}{ccc} -1 & & 2 \\ + & - & + \end{array}$

$x=-1$ $x=2$ $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ I

$\Rightarrow \sqrt{x^2-1}\geq 0 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow x\geq 1$ و $x\leq -1$

$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ II

۲

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II} \Rightarrow D_f=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴

$\sqrt{3+ax-x^2} \Rightarrow x=2 \Rightarrow \sqrt{3-2a-4} \Rightarrow \sqrt{-1-2a}=0 \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

$D_f=[-2,b]$ $\xrightarrow{a=-\frac{1}{2}}$ $\sqrt{-x^2-\frac{x}{2}+3} \Rightarrow \Delta\geq 0 \Rightarrow \frac{1}{4}+\frac{48}{4}=\frac{49}{4}$

$x_1=-2 \Rightarrow$ داریم

$x_2=\boxed{+\frac{3}{2}=b}$ پس

۲

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{2}{2}=1$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & x\geq 1\\ 2x+3 & x<1\end{cases}$ ① $\sqrt{3x-2-x} \Rightarrow \sqrt{2x-2} \Rightarrow x\geq 1$

② $\sqrt{2x+3-x} \Rightarrow \sqrt{x+3}\geq 0 \Rightarrow x\geq -3$

$g(x)=\sqrt{f(x)-x} \Rightarrow f(x)\geq x$

۲

$D_f=[-3,+\infty)$

$f(x) = \begin{cases} (a+۱)(x+۲) & x>۱ \\ ۳a+۲x & x\leq ۱ \end{cases}$ $\quad ۲f(۵) = f(-۲)+a$ جایگذاری مستقیم $\Rightarrow -۴+۴a = ۱۴a+۱۴ \Rightarrow -۱۱ = ۱۴a \Rightarrow a = -۱$ $۲f(۵) = f(-۲)+a \Longrightarrow ۱۴a+۱۴ = ۶a-۴ \longrightarrow a = -۱/۸$ ۵	۶
$f(x) = \sqrt{x} + \frac{۱}{\sqrt{x}} + ۲ \Rightarrow \frac{x+۱+۲\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ $\quad f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳}) = ?$ ۵ جایگذاری مستقیم $\Rightarrow ۲-\sqrt{۳} + \frac{۱ \times ۲+\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳} \times ۲+\sqrt{۳}} + ۲ + ۲+\sqrt{۳} + \frac{۱ \times ۲-\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳} \times ۲-\sqrt{۳}} + ۲ \Rightarrow ۲+\cancel{\sqrt{۳}} + \frac{۲-\cancel{\sqrt{۳}}}{\cancel{۴-۳}} + ۲ +$ $۲-\sqrt{۳} + \frac{۲+\sqrt{۳}}{۴-۳} + ۲ \Rightarrow ۶+۶ = ۱۲$ $\quad \underbrace{(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})}_{\text{عکس یکدیگرند}} = ۱$ جواب سوال $= ۲\sqrt{۶}+۴$	۷
$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \overset{x \to -x}{\Rightarrow} ۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \Rightarrow f(x) - f(-x) = ۸x^۲$ $f(-x) = -۸x^۲ - f(x) \Rightarrow ۲f(x) - ۳(-۸x^۲ - f(x)) = ۴x^۲ - x$ $\Rightarrow ۵f(x) + ۲۴x^۲ = ۴x^۲ - x \Rightarrow ۵f(x) = ۴x^۲ - ۲۴x^۲ - x = -۲۰x^۲ - x$ $۵f(x) = -۲۰x^۲ - x \Rightarrow \boxed{f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}}$ ۶	۸
$(x+۲)f(x) - ۴xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$ $x = ۰ \Rightarrow ۲f(۰) - f(۲) \times ۰ = ۳m - ۱$ $x = -۲ \Rightarrow ۰ \times (f(-۲)) + ۹f(۰) = ۱۶ + ۵m - ۱$ $\begin{array}{r} ۹f(۰) = ۱۵ - ۵m \\ - \quad ۲f(۰) = ۳m - ۱ \\ \hline \frac{۶}{۴}f(۰) = \frac{۱۶ + ۲m}{۴} \end{array}$ ۶ $\Rightarrow f(۰) = ۴ + \frac{m}{۲} \Rightarrow f(۰) = \frac{۱۶}{۴} + \frac{۹}{۴} \boxed{= \frac{۲۵}{۴}}$ $m \Rightarrow \frac{۱۵+۵m}{۹} = \frac{۳m-۱}{۲} \Rightarrow ۹m - ۳ = ۱۵ + ۵m$ $m = \frac{۹}{۲}$	۹
$f(x) + f(\frac{۱}{x}) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x}$ ۶ $f(x) = ax + b$ $f(\frac{۱}{x}) = \frac{a}{x} + bx + ax^۲ + bx = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{\cancel{x}} \Rightarrow ax^۲ + ۲bx + a = ۳x^۲ - ۱۲x + ۳$ $\Rightarrow ۲bx = -۱۲x \Rightarrow b = -۶ \quad f(x) = ax + b \Rightarrow f(x) = ۳x - ۶$ $\boxed{f(-۱) = -۹}$ $a = ۳$	۱۰