مقطع: یازدهم B ساعت ۱۴:۳۰ تا ۱۶:۳۰ شنبه

۱۹,۲۵

نام و نام خانوادگی: سانیا جاوری

۱) الف) $\sqrt{\frac{x}{x-1}-\frac{x-1}{x}}=f(x) \rightarrow \frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}=\frac{(x-1)^۲-x^۲}{x(x-1)}=\frac{x^۲-۲x+۱-x^۲}{x(x-1)}=\frac{-۲x+1}{x(x-1)}$

$f(x)=\sqrt{\frac{1-۲x}{x(x-1)}} \rightarrow x\neq \frac{1}{۲}$, $x\neq ۰$, $x\neq 1$

$D_f=(-\infty,۰)\cup[\frac{1}{۲},1)$

۵

ب) $\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{۲}{x}}{\frac{۳}{x-1}+\frac{1}{x+۲}} \Longrightarrow \frac{x-۲(x+1)}{(x+1)x}=\frac{-x-۲}{x(x+1)} \Longrightarrow \frac{-\frac{x+۲}{x(x+1)}}{\frac{۴x+۵}{(x-1)(x+۲)}}=-\frac{(x+۲)^۲(x-1)}{x(x+1)(۴x+۵)}$

$x\neq -۲$, $x\neq 1$, $x\neq ۰$, $x\neq -1$, $x\neq -\frac{۴}{۵}$

$\frac{۳}{x-1}+\frac{1}{x+۲} \rightarrow \frac{۳(x+۲)+(x-1)}{(x-1)(x+۲)} \rightarrow \frac{۴x+۵}{(x-1)(x+۲)}$

$D_f=R-\{-۲,-\frac{۴}{۵},-1,۰,1\}$

۲) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{۳})^x-۹)(۳۲-۴^x)} \rightarrow ((\frac{1}{۳})^x-۹)(۳۲-۴^x)\geq ۰$

$(\frac{1}{۳})^x-۹\geq ۰ \rightarrow (\frac{1}{۳})^x\geq ۹ \rightarrow (۳^{-1})^x\geq ۳^۲ \rightarrow ۳^{-x}\geq ۳^۲ \rightarrow x\leq -۲$ ①

$۳۲-۴^x\geq ۰$

$۳۲\geq ۴^x \Rightarrow ۲^۵\geq (۲^۲)^x=۲^۵\geq ۲^{۲x} \rightarrow ۵\geq ۲x \Longrightarrow x\leq ۲/۵$ ②

۵

$\Rightarrow (-\infty,-۲]\cup[۲/۵,+\infty)$

ب) $\sqrt[۴]{x-1}+\sqrt{y+1}=۳ \rightarrow x-1\geq ۰ \rightarrow x\geq 1$ ①

$y+1=۳-\sqrt[۴]{x-1} \rightarrow ۳-\sqrt[۴]{x-1}\geq ۰ \rightarrow \sqrt[۴]{x-1}\leq ۳$

$x-1\leq ۳^۴ \Rightarrow x\leq ۸۲$ ②

$\Longrightarrow ① \cap ② =[1,۸۲]$

۳) $\frac{\log_۴(x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-1}} \Rightarrow x^۲-x-۲>۰ \rightarrow (x-۲)(x+1)>۰$

$x>۲$, $x<-1$

۵

$\Rightarrow f(x)(-\infty,-1)\cup(۲,\infty)$

$x^۲-1\geq ۰ \Rightarrow x\leq -1$ یا $x\geq 1$

۴) $y=\sqrt{۳+ax-x^۲}$

$a+b=1$

$D_f=[-۲,b] \rightarrow ۳+ax-x^۲\geq ۰ \Rightarrow x^۲-ax-۳\leq ۰$

$a=-\frac{1}{۲}$

۱,۲۵

$x=\frac{a\pm\sqrt{a^۲+۱۲}}{۲}$

$\frac{a-\sqrt{a^۲+۱۲}}{۲}=-۲ \rightarrow a=+\frac{1}{۲}$

$b=\frac{۳}{۲}=\frac{a+\sqrt{a^۲+۱۲}}{۲}=-\frac{۳}{۲}$

$a+b=+\frac{1}{۲}+\frac{۳}{۲}=1 \rightarrow \boxed{a+b=1} \rightarrow \boxed{a+b=-1}$

۵) $f(x)=\begin{cases} ۳x-۲, & x\geq 1 \\ ۲x+۳, & x<1 \end{cases} \rightarrow g(x)=\sqrt{f(x)-x}$

$x\geq 1 \rightarrow f(x)=۳x-۲$

$f(x)-x=(۳x-۲)-x=۲x-۲$

$۲x-۲\geq ۰ \rightarrow x\geq 1 \rightarrow D_f=[1,+\infty)$

۵

$g(x)=[-۳,1)\cup[1,+\infty)=[-۳,+\infty)$

$f(x)=۲x+۳$

$f(x)-x=۲x+۳-x=x+۳ \rightarrow x+۳\geq ۰ \rightarrow x\geq -۳ \xrightarrow{x<1} -۳\leq x<1$

۶

$2(a-1)(5+2)=3a-4+a \longrightarrow f(x)=(a+1)(5+2)=(a+1)(7)=7a+7$

$f(-2)=3a-4 \Longrightarrow 2(7a+7)=(3a-4)+a$

$14a+14=4a-4 \qquad 10a=-18 , a=-1/8$

$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) \rightarrow x>1 \\ 3a+2x \quad \text{اگر} \ x\leq 1\end{cases} \longrightarrow 2f(5)=f(-2)+a$

۷

۲

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2$

$f(2+\sqrt{3})+f(2-\sqrt{3})=\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\right)+4$

$\Rightarrow \sqrt{6}+\sqrt{6}+4=2\sqrt{6}+4$

۸

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \quad \times 2 \quad 4f(x)-6f(-x)=8x^2-2x$

$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \quad \times 3 \longrightarrow -9f(x)+6f(-x)=12x^2+3x$

به جای x، منفی x قرار دادیم

$4f(x)-9f(x)+(-6f(-x)+6f(-x))=$

$(8x^2+12x^2)+(-2x+3x)\ -5f(x)=20x^2+x$

۴

$f(x)=\frac{20x^2+x}{-5} \Longrightarrow \boxed{-4x^2-\frac{1}{5}x}$

۹

$(x+2)f(x)-2xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1$

$x=0 \rightarrow 2f(0)-0=4(0)^2-m(0)+3m-1 \rightarrow 2f(0)=3m-1 \qquad f(0)=\frac{3m-1}{2}$

۳

$x=-2 \rightarrow 0f(-2)-2(-2)f(0)=4(-2)^2-m(-2)+3m-1 \rightarrow 4f(0)=16+5m-1=15+5m$

$\frac{3m-1}{2}=15+5m \rightarrow 9m-3=15+5m \rightarrow 4m=18 \qquad m=\frac{9}{2} \rightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}=\frac{\frac{27}{2}-1}{2}=\frac{25}{4}$

۱۰

$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{3x^2-12x+3}{x}=3x-12+\frac{3}{x}$

$f(x)=ax+b \longrightarrow f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=ax+b+\frac{a}{x}+b=ax+\frac{a}{x}+2b$

۳

$\longrightarrow a=3$

$\longrightarrow 2b=-12 \longrightarrow b=-6 \longrightarrow f(x)=3x-6$

$f(-1)=3(-1)-6=-3-6=-9 \longrightarrow \boxed{f(-1)=-9}$