پرنیا نوروزی فر — پاسخنامه تشریحی تکلیف ۴ — ریاضی ۲ (B) — ۱۸٫۲۵

۱) الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$ ؛ $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0$ ؛ $\cancel{x^2}-2x+1$

$\Rightarrow \frac{-2x+1}{x^2-x}\geq 0 \Rightarrow \frac{-2x+1}{x(x-1)}\geq 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{1}{2}\\ x_2=0\\ x_3=1\end{cases}$

x		0		$\frac{1}{2}$		1	
y	$+$		$-$		$+$		$-$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

۵

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \Rightarrow \begin{cases}(\mathrm{I}): x+1\neq 0 \Rightarrow x\neq -1\\ (\mathrm{II}): x\neq 0\end{cases}$ شرط ۱)

$\Rightarrow \begin{cases}(\mathrm{III}): x-1\neq 0 \Rightarrow x\neq 1\\ (\mathrm{IV}): x+2\neq 0 \Rightarrow x\neq -2\end{cases}$

$\frac{3(x+2)+x-1}{(x-1)(x+2)} \Rightarrow \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \quad \begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -2\end{cases}$ شرط ۲) مخرج مخالف صفر

$4x+5\neq 0 \Rightarrow 4x\neq -5 \Rightarrow x=-\frac{5}{4}$ ؛ $D_f=\mathbb{R}-\{-2,-1,-\frac{5}{4},0,1\}$

---

۲) الف) $f(x)=\sqrt{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)} \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)\left(32-4^x\right)\geq 0$ ۱٫۲۵

شرط ۱) هر دو عبارت مثبت

$(\frac{1}{3})^x-9\geq 0 \Rightarrow 3^{-x}\geq 3^2 \Rightarrow -x\geq 2 \Rightarrow x\leq -2$

$32-4^x\geq 0 \Rightarrow 4^x\leq 32 \Rightarrow 2^{2x}\leq 2^5 \Rightarrow x\leq \frac{5}{2}$

$\begin{cases}\frac{1}{3}^x-9\leq 0 \Rightarrow 3^{-x}\leq 9 \Rightarrow x\geq -2\\ 32-4^x\leq 0 \Rightarrow 4^x\leq 32 \Rightarrow x\geq \frac{5}{2}\end{cases}$ اشتراک هر دو شرط

شرط ۲) هر دو عبارت منفی

$D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \quad \begin{cases}x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1 \longrightarrow \text{دامنه}\\ y+1\geq 0 \Rightarrow y\geq -1 \longrightarrow \text{برد}\end{cases}$

$D_f=[1,+\infty)$

$x-1\geq 0 \rightarrow x\geq 1$

$3-\underbrace{\sqrt[4]{x-1}}_{\geq 0}=\underbrace{\sqrt{y+1}}_{+} \longrightarrow x\leq 82 - D_f=[1,82]$

۳)

$f(x)=\dfrac{\log_2(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ (I): $x^2-x-2>0 \Rightarrow (x+1)(x-2)>0 \Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۲

(II): $x^2-1\geq 0 \Rightarrow (x-1)(x+1)\geq 0$ $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

$D_f = I\cap II = \underbrace{(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)}$

---

۴)

$\sqrt{3+ax-x^2}$ $[-2,b]$ $a+b=?$ $x^2+ax-3\geq 0$

با توجه به اینکه بازه $[-2,b]$ را داریم پس در این عبارت بجای x عدد (-2) را قرار دهیم و آن عبارت را برابر با صفر قرار دهیم

$4-2a-3=0$ $-2a=1$

$\boxed{a=\frac{-1}{2}}$ جایگذاری $\longrightarrow$ $x^2-\frac{1}{2}x-3\geq 0 \Rightarrow \Delta = \frac{1}{4}-4(1)(-3)=\frac{49}{4}$

$\dfrac{\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}}}{2}$ $\begin{cases} x_1=\cancel{2}\ 2 \longrightarrow b \\ x_2=\frac{-3}{2} \end{cases}$ غ‌ق‌ق $a+b=\frac{-1}{2}+2=\boxed{\frac{3}{2}}$

$a+b=1$

۱٫۵

---

۵)

$f(x)=\begin{cases}3x-2; & x\geq 1\\ 2x+3; & x<1\end{cases}$ $g(x)=\sqrt{f(x)-x}$ $f(x)-x\geq 0$ $f(x)\geq x$

$\begin{cases}3x-2\geq x \Rightarrow 2x\geq 2 \Rightarrow \boxed{x\geq 1} & \mathrm{I}\\ 2x+3\geq x \Rightarrow \boxed{x\geq -3} \end{cases}$ در صورت مسئله گفته شده $x<1$ پس با این بازه اشتراک می‌گیریم

۲

$\Rightarrow -3\leq x<1$ II

$D_f = \mathrm{I}\cap \mathrm{II} = [-3,+\infty)$

---

۶)

$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2); & x>1\\ 3a+2x; & x\leq 1\end{cases}$ $2f(5)=f(-2)+a$

$x=5 \Rightarrow (a+1)(7)=7a+7$

$x=-2 \Rightarrow 3a-4$

۲

$2\times(7a+7)=14a+14$

$\Rightarrow 14a+14=3a-4+a \Rightarrow 10a=-18$ $\boxed{a=-1.8}$

---

۷)

$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \Rightarrow \sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+2$: ازدابل رادیکال : $\sqrt{\frac{2+\sqrt{1}}{2}}+\sqrt{\frac{2-\sqrt{1}}{2}}$

$f(2+\sqrt{3})$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}}+2 \Rightarrow \frac{\sqrt{6}+\cancel{\sqrt{2}}}{2}+\frac{\sqrt{6}-\cancel{\sqrt{2}}}{2}+2$

$\Rightarrow \sqrt{6}+2$ گویا سازی مخرج

۲

$\Rightarrow$ $f(2-\sqrt{3})$ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}}+2 \Rightarrow \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}+\frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}+2$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{6}-\cancel{\sqrt{2}}}{2}+\frac{\sqrt{6}+\cancel{\sqrt{2}}}{2}+2 \Rightarrow \sqrt{6}+2$ $f(2+\sqrt{3})+f(2-\sqrt{3})$

$\Rightarrow \boxed{2\sqrt{6}+4}$

(۸

$$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \Rightarrow (-x) \Rightarrow \begin{cases} 2f(-x)-3f(x)=4x^2+x & \times 3 \\ -3f(-x)+2f(x)=4x^2-x & \times 2 \end{cases}$$

جای‌گذاری

$$\Rightarrow \begin{cases} \cancel{6f(-x)}-9f(x)=12x^2+3x \\ \cancel{-6f(-x)}+4f(x)=8x^2-2x \end{cases}$$

$$-5f(x)=20x^2-x \Rightarrow \boxed{f(x)=-4x^2-\frac{1}{5}x}$$

۲

(۹

$$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1 \qquad f(0)=?$$

$m=-\frac{9}{2}$

$6f(0)$

$$x=-2 \Rightarrow 0=16+2m+3m-1 \Rightarrow 5m=-15 \Rightarrow \boxed{m=-3}$$

$$x=0 \Rightarrow 2f(0)=3m-1 \Rightarrow 3(-3)-1=-10 \Rightarrow \boxed{f(0)=-5}$$ جواب

$f(0)=-\frac{25}{4}$

۱٫۵

(۱۰

$$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{3x^2-12x+3}{x} \qquad f(-1)=?$$

$$\frac{3x^2-12x+3}{x}$$

$$ax+b+\left(a\frac{1}{x}+b\right)=ax+\frac{a}{x}+2b$$

۲

$$\Rightarrow ax+\frac{a}{x}+2b=3x-12+\frac{3}{x} \Rightarrow \boxed{a=3},\ \boxed{b=-6}$$

$$f(x)=3x-6 \Rightarrow f(-1)=3(-1)-6=\boxed{-9}$$ جواب