نام و نام خانوادگی ......الینا بخاری...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۴..... **کلاس** ..یازدهم تجربی......

۱

دامنه

الف) $f(x) = \sqrt{\underbrace{\frac{x-۱}{x}}_{x\neq ۰} - \underbrace{\frac{x}{x-۱}}_{x\neq ۱}} \rightarrow \sqrt{\frac{(x-۱)^۲ - x^۲}{x(x-۱)}} = \sqrt{\frac{x^۲+۱-۲x-x^۲}{x(x-۱)}} = \sqrt{\frac{-۲x+۱}{x(x-۱)}} \rightarrow \frac{۱}{۲} \rightarrow$

$\begin{array}{ccccccc} & ۰ & & \frac{۱}{۲} & & ۱ & \\ + & \circ & - & \phi & + & \circ & - \end{array}$

$\boxed{D_f = (-\infty, ۰) \cup [\frac{۱}{۲}, ۱)}$

ب) $f(x) = \dfrac{\frac{۱}{x+۱} - \frac{۱}{x}}{\frac{۳}{x-۱} + \frac{۱}{x+۲}}$

$\frac{۱}{x+۱} - \frac{۱}{x} \longrightarrow x+۱ \neq ۰ \rightarrow x \neq -۱ \quad , \quad x = ۰$

$\frac{۳}{x-۱} + \frac{۱}{x+۲} \longrightarrow x-۱ \neq ۰ \rightarrow x \neq ۱ \quad و \quad x+۲ \neq ۰ \rightarrow x \neq -۲ \quad و \quad \frac{۳}{x-۱} + \frac{۱}{x+۲} \neq ۰ \rightarrow \frac{۳x+۶+x-۱}{(x-۱)(x+۲)} = \frac{۴x+۵}{(x-۱)(x+۲)} \neq ۰$

$x \neq -\frac{۵}{۴}$

$\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{-۲, -\frac{۵}{۴}, -۱, ۰, ۱\}}$

۲

دامنه

الف) $f(x) = \sqrt{\left(\left(\frac{۱}{۳}\right)^x - ۹\right)\left(۳۲ - ۴^x\right)}$

$\left(\frac{۱}{۳}\right)^x - ۹ = ۰$

$\left(\frac{۱}{۳}\right)^x = ۹ \rightarrow x = -۲$

$۳۲ - ۴^x = ۰ \rightarrow ۲^۵ = ۴^x \rightarrow x = \frac{۵}{۲} \rightarrow$

$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & \frac{۵}{۲} & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array}$

$\boxed{D_f = (-\infty, -۲] \cup [\frac{۵}{۲}, +\infty)}$

ب) $\sqrt[۴]{x-۱} + \sqrt{y+۱} = ۳ \Rightarrow \sqrt{y+۱} = ۳ - \sqrt[۴]{x-۱} \longrightarrow ۳ - \sqrt[۴]{x-۱} \geq ۰$

$\Rightarrow \sqrt[۴]{x-۱} \leq ۳ \xrightarrow{توان} x-۱ \leq ۸۱$

$x \leq ۸۲$

$x-۱ \geq ۰ \rightarrow x \geq ۱$

$\longrightarrow \boxed{D_f = [۱, ۸۲]}$

۳

دامنه

$f(x) = \dfrac{\log_۴ (x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-۱}+۱}$

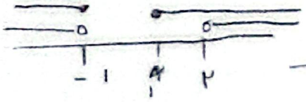
$(x^۲-x-۲) \longrightarrow x^۲-x-۲ > ۰$

$(x-۲)(x+۱) > ۰ \rightarrow \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۲ & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array} \rightarrow x > ۲ , x < -۱$ ✡

$\sqrt{x^۲-۱} \rightarrow (x-۱)(x+۱) \geq ۰ \rightarrow \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۱ & \\ + & \phi & - & \phi & + \end{array} \rightarrow x \geq ۱ , x \leq -۱$ ○

$\longrightarrow \sqrt{x^۲-۱} + ۱ \neq ۰ \rightarrow \sqrt{x^۲-۱} \neq -۱ \longrightarrow$ همواره صحیح ✓

✡ $\cap$ ○ $\longrightarrow$



$\longrightarrow \boxed{D_f = (-\infty, -۱) \cap (۲, +\infty)}$

۴

دامنه $f(x) = \sqrt{۳+ax-x^۲}$ ، $[-۲, b]$ ، مقدار $a+b$

$-x^۲+ax+۳ = -(x+۲)(x-b) \rightarrow x^۲ - ax - ۳ = (x+۲)(x-b)$

ضرب ریشه ها $= \frac{c}{a}$

$-۲b = -۳ \rightarrow \boxed{b = \frac{۳}{۲}}$

$x^۲ - ax - ۳ = (x+۲)(x - \frac{۳}{۲})$

$x^۲ - ax - ۳ = x^۲ + \frac{۱}{۲}x - ۳ \longrightarrow \boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$

$\longrightarrow a+b = \frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۲} = ①$

۵

دامنه $g(x) = \sqrt{f(x) - x}$

$f(x) - x \geq ۰ \longrightarrow f(x) \geq x$

$f(x) = \begin{cases} ۳x-۲ ; & x \geq ۱ \\ ۲x+۳ , & x < ۱ \end{cases}$

$x \geq ۱$: $۳x-۲ \geq x$

$۲x-۲ \geq ۰$

$x \geq ۱$ ✓

$x < ۱$: $۲x+۳ \geq x$

$x+۳ \geq ۰$

$x \geq -۳ \cap x < ۱ \rightarrow -۳ \leq x < ۱$

$\cup \quad \boxed{D_f = [-۳, +\infty)}$

۶

$f(x) = \begin{cases} (a+1)(x+۲) \; ; \; x > ۱ \\ ۳a + ۲x \; ; \; x \leq ۱ \end{cases} \quad , \; ۲f(۵) = f(-۲) + a \longrightarrow a \; ?$

$f(۵) = (a+1)(۷) = ۷a + ۷ \; , f(-۲) = ۳a - ۴ \; \} \; ۱۴a + ۱۴ = ۳a - ۴ + a$

$۱۰a = -۱۸ \rightarrow \boxed{a = -۱,۸}$

۷

$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + ۲ \; , f\underbrace{(۲ - \sqrt{۳}) + f(۲ + \sqrt{۳})}\; ?$

معکوس $\frac{1}{x_1} = x_2$ $۲ - \sqrt{۳} \; , \; ۲ + \sqrt{۳}$

هم هستند زیرا ضربشان یک می شود

$۲ - \sqrt{۳} = x_1 \;$ و $\; ۲ + \sqrt{۳} = x_2$

$f(x_1) = \sqrt{x_1} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{x_1}}}_{\sqrt{x_2}} + ۲ + \sqrt{x_2} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{x_2}}}_{\sqrt{x_1}} + ۲ = ۴ + ۲\sqrt{x_1} + ۲\sqrt{x_2} = ۴ + ۲\sqrt{۲ - \sqrt{۳}} + ۲\sqrt{۲ + \sqrt{۳}}$

۸

$۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x$ $\quad f(x)?$

$x = x \rightarrow ۲f(x) - ۳f(-x) = ۴x^۲ - x \xrightarrow{\times ۲} -۶f(-x) + ۴f(x) = ۸x^۲ - ۲x$

$x = -x \rightarrow ۲f(-x) - ۳f(x) = ۴x^۲ + x \xrightarrow{\times ۳} ۶f(-x) - ۹f(x) = ۱۲x^۲ + ۳x$

$-۵f(x) = ۲۰x^۲ + x$

$\boxed{f(x) = -۴x^۲ - \frac{x}{۵}}$

۹

$(x+۲)f(x) - ۳xf(x+۲) = ۴x^۲ - mx + ۳m - ۱$ $\quad f(۰) = ?$

$x = ۰ \rightarrow ۲f(۰) = +۳m - ۱ \xrightarrow{\times ۵} ۱۰f(۰) = ۱۵m - ۵$

تفریق

$x = -۲ \rightarrow ۶f(۰) = ۱۶ \underline{+ ۲m + ۳m} - ۱ = ۵m + ۱۵ \xrightarrow{\times ۳} ۱۸f(۰) = ۱۵m + ۴۵$

$۸f(۰) = ۵۰$

$\boxed{f(۰) = \frac{۵۰}{۸}}$

۱۰

$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{۳x^۲ - ۱۲x + ۳}{x} \; , f(x) = ax + b$ $\quad f(-۱)$

$x = -۱ \rightarrow ۲f(-۱) = \frac{۳ + ۱۲ + ۳}{-۱} = -۱۸ \rightarrow \boxed{f(-۱) = -۹}$