B ۰۹ گروه ۱۱

(۱ تا ۱۲ ۱۱)

تکلیف شماره ۱۳ :   با کلاسی ۱ داوری

۸,۲۵

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}} = \frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)} = \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)} = \frac{-2x+1}{x(x-1)}$

سوال ۱) ریشه‌ها: $\frac{1}{2}$ ، صفر، ۱

x	0	$\frac{1}{2}$	1
$+$ تعریف نشده	$-$	$+$	تعریف نشده $-$

$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \neq 0 \qquad \frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \qquad \frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0$

۱,۵

$\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \rightarrow x\neq -\frac{5}{4}$

$x+1\neq 0,\ x\neq 0,\ x-1\neq 0,\ x+2\neq 0,\quad x\neq -\frac{5}{4}$

$D_f=\mathbb{R}-\{\pm 1, 0, -2, -\frac{5}{4}\}$

سوال ۲)

الف) $\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)}\geq 0$

$(\frac{1}{3})^x=9 \rightarrow x=-2$

$32=4^x \Rightarrow 2^{2x}=2^5 \rightarrow 2x=5$

$x=2,5$

x	-2	$2,5$
$+$	$-$	$+$

$D_f=(-\infty,-2]\cup[2,5,+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3 \rightarrow x-1\geq 0 \rightarrow x\geq 1$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \rightarrow$

$y+1\in[0,9) \rightarrow y\in[-1,8]$

۱,۷۵

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \rightarrow x-1\leq 81$

$x\leq 82$

$\log_4 \dfrac{x^2-x-2}{\sqrt{x^2-1}+1}$

$(I)\ x^2-x-2>0 \rightarrow (x-2)(x+1)>0$

x	-1	2
$+$	$-$	$+$

$\rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,\infty)$

سوال ۳)

$(II)\ x^2-1\geq 0 \rightarrow$

x	-1	1
$+$	$-$	$+$

$D_f=(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$

۵

$(III)\ \sqrt{x^2-1}+1\neq 0 \rightarrow \sqrt{x^2-1}\neq -1$ برقرار

$I\cap II\cap III \Rightarrow (-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$

سوال ۴

$\sqrt{۳+ax-x^۲} \geq ۰ \Rightarrow -x^۲+ax+۳ \geq ۰ \rightarrow x^۲-ax-۳ \leq ۰ \rightarrow x = \frac{a \pm \sqrt{a^۲+۱۲}}{۲}$

$D_f = [\frac{a-\sqrt{a^۲+۱۲}}{۲} \, , \, \frac{a+\sqrt{a^۲+۱۲}}{۲}]$

$a - \sqrt{a^۲+۱۲} = -۲$

$a - \sqrt{a^۲+۱۲} = -۴$

$a \geq -۴ \leftarrow a+۴ \geq ۰ \leftarrow \sqrt{a^۲+۱۲} \geq ۰$

$\frac{-\frac{۱}{۲}+\sqrt{\frac{۱}{۴}+۳}}{۲} = b = \frac{a+\sqrt{a^۲+۱۲}}{۲} \leftarrow a = -\frac{۱}{۲} \leftarrow (a+۴)^۲ = a^۲+۱۲$

$a+b = -\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۲} = ۱$

سوال ۵

$$f(x) \begin{cases} ۳x-۲ & x \geq ۱ \\ ۲x+۳ & x < ۱ \end{cases}$$

$g(x) = \sqrt{f(x)-x}$

$f(۱) = ۱ \rightarrow g(x) = ۰$

$f(۰) = ۳ \rightarrow g(x) = \sqrt{۳}$

$f(-۱) = ۱ \rightarrow g(x) = \sqrt{۲}$

$f(-۳) = ۰ \rightarrow g(x) = \sqrt{۳}$

$f(-۴) = -۵ \rightarrow g(x) = \sqrt{-۱x}$

$D_g = [-۳, ۰]$

سوال ۶

$$\begin{cases} (a+۱)(x+۲) & x > ۱ \\ ۳a+۲x & x \leq ۱ \end{cases}$$

$۲f(۵) = f(-۲)$

$f(۵) = (a+۱)(۷) \rightarrow ۷a+۷ \rightarrow ۱۴f(۵) = ۱۴a+۱۴$

$f(-۲) = ۳a-۴ \rightarrow ۱۴a+۱۴ = ۴۲a-۴a$

$a = \frac{-۱۸}{۱۰}$

سوال (۸)

$$\begin{cases} 2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x \\ 2f(-x) - 3f(x) = 4x^2 + x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4f(x) - 6f(-x) = \\ 8x^2 - 2x \\ 6f(-x) - 9f(x) = \\ 12x^2 + 3x \end{cases}$$

$$-5f(x) = 20x^2 + x \rightarrow 5f(x) = -20x^2 - x \rightarrow f(x) = -4x^2 - \frac{x}{5}$$

سوال (۹)

$$(a+2)f(x) - 3xf(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1 \quad f(0) = ?$$

$$x = 0 \rightarrow (a+2)f(0) - 3 \times 0 \times f(2) = 4(0) - m(0) + 3m - 1$$

$$f(0) = \frac{3m-1}{2}$$

$$x = -2 \rightarrow (0)f(-2) - 3(-2)f(0) = 16 + 6m + 3m - 1 \rightarrow f(0)$$

$$\frac{9m+15}{6} = \frac{3m-1}{2} \rightarrow m = \frac{16}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow f(0) = \frac{25}{3}$$

سوال (۱۰)

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x} \qquad f(-1) = ?$$

$$f(x) = ax + b \rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{a}{x} + b$$

$$\frac{a}{x} + b + ax + b = \frac{a + ax^2 + 2bx}{x}$$

$$\frac{ax^2 + 2bx + a}{x} = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x} \Rightarrow a = 3$$

$$b = -6 \rightarrow f(-1) = -a + b$$

$$-3 - 6 = -9$$