۲۰

هستی عطایی

① $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 1 \quad g: \sqrt{x^3 f(x+1)} \quad D_g\ ?$

۵

$f(x) \geq 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} \geq 1 \quad x-2 \leq 0 \Rightarrow x \leq 2$

$f(x+1) \geq 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1 \geq 0 \quad x-1 \leq 0 \Rightarrow x \leq 1 ★$

$x^3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 ★ \quad x^3 f(x+1) \geq 0 \xrightarrow{★\cap★} 0 \leq x \leq 1 \quad D_f = [0,1]$

② $f(x) = \sqrt{x + |x+2|} \quad f(-x)\ ? \quad D_f = (-\infty, 1]$

۵

$f(-x) \overset{x=-x}{\Rightarrow} \sqrt{-x + |2-x|} \quad \cancel{-x}\ |2-x| - x \geq 0$

✓	2 ✗
$2-x-x = -2x+2$	$x-2-x = -2$

$\Rightarrow -2x+2 \geq 0$

$-2x \geq -2 \quad \boxed{x \leq 1}$

③ $\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}} \qquad \frac{x-1}{f(x)} \geq 0$

	-4		1		2		3	
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$f(x)$	$+$	$\otimes$	$-$		$-$	$\otimes$	$+$	$\otimes$
	$-$	$\otimes$	$+$	0	$-$	$\otimes$	$+$	$\otimes$

۵

$D_f = (-4,1] \cup (2,3)$

۲ ۴

$$y_1 = \frac{1}{9x^4 - 7x^2 - 4x - 3}$$

$$y_2 = \frac{1}{3x^2 + ax + b}$$

$D_1 = D_2$

=> عبارت را در عبارتی ضرب می کنیم که x^3 ها را صفر کرده و ریشه نداشته باشد.

$c = d = 1$ که $\Delta < 0$

$$(3x^2 + ax + b)(3x^2 + cx + d)$$

$$9x^4 + 3(a+c)x^3 + (ac + 3(b+d))x^2 + (ad + bc)x + bd$$

$a + c = 0 \rightarrow a = -c$ $\qquad \underbrace{a}_{-c}c + 3b + 3d = -7$

$$\begin{cases} -c^2 + 3(b+d) = -7 \\ c(b-d) = -4 \end{cases}$$

و $ad + bc = -4$

$-cd + bc = -4 \quad c(b-d) = -4$

$c = 1 \rightarrow -1 + 3(b+d) = -7 \rightarrow 3(b+d) = -6$

$\boxed{b + d = -2}$

$$\begin{cases} b + \cancel{d} = -2 \\ b - \cancel{d} = -4 \end{cases} \Rightarrow 2b = -6 \rightarrow b = -3$$

$-3 + d = -2 \Rightarrow d = 1 \quad c = -a \Rightarrow a = -1$

$$\sqrt{-(a+b)} = \sqrt{-(\underbrace{-3-1}_{-4})} = \sqrt{4} = \boxed{2}$$

۷

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 8$

$= (x-2)^3 + 8$

$g(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - 27 = (x+3)^3 - 27$

$$\frac{g(\sqrt[3]{7} \cancel{-3} \cancel{+3})^3 - 27}{f(\sqrt[3]{2} \cancel{+2} \cancel{-2})^3 + 8} = \frac{7 - 27}{2 + 8} = \frac{-20}{10} = \boxed{-2}$$

۶

$f(x^3 + x) = 2x^2 - 1$

$f(2) \to x^3 + x = 2 \to x^3 + x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{هورنر؟}} (x-1)(x^2 + x + \dots)$

$x = 1$

$\Rightarrow f(2) = 1$

$f(x^3 + x) \xrightarrow{x=2} f(10) \xrightarrow{x=2} f(10) = 2(2)^2 - 1 = 7$

$f(2) + f(10) = 7 + 1 = 8$

۵

$\sqrt{f(x) - f(\frac{2}{x})}$ $\quad \sqrt{x^3 + x - \frac{8}{x^3} - \frac{2}{x}}$

$$\frac{x^6 + x^4 - 2x^2 - 8}{x^3} \geq 0 \qquad y = x^6 + x^4 - 2x^2 - 8 \geq 0$$

$x \geq 0$, t $\quad t^2 + 3t + 4 = 0$ $\quad x = 2 \to y = 0$

$x = -2 \to y = 0$ $\; \Big\} \to$ بخش‌پذیر بر $(x^2 - 2)$

$(x^2 - 2)(x^4 + 3x^2 + 4)$

$\Delta < 0$

	-2		0		2	
$-$		$+$		$-$		$+$

$D_f = [-2, 0) \cup [2, +\infty)$

۱۵

الف) $f(۲x) = \{(\frac{۱}{۲}, ۲)(\frac{۳}{۲}, -۱)(۲, ۲)(-\frac{۱}{۲}, ۹)\}$

ب) $f(x^۲) = \{(۱, ۲)(\sqrt{۳}, -۱)(۲, ۲)(-۱, ۲)(-\sqrt{۳}, -۱)(-۲, ۲)\}$

ج) $۲g^۲(x)+۱ \Rightarrow \{(-۲, ۱۹)(۱, ۳)(۳, ۹)(-۱, ۱)\}$

د) $\frac{۲f}{g} \Rightarrow \{(۱, \frac{-۲}{۹})(۳, -۱)\cancel{(-۱, \frac{۴}{۰})}\}$

۹

$f(x) = \frac{x+۲}{x^۲-۴x+۳}$

مشترک‌ها $f(x) = \{\cancel{(۲, -۴)}(۱, \ldots$

$f(x)$ $\{(۲, -۴)\cancel{(۱, \frac{۳}{۰})}\cancel{(۳, \frac{۵}{۰})}(۰, \frac{۲}{۳})\}$

$\frac{g}{f} = \{(۲, \frac{۱}{-۴})(۰, \frac{۲}{\frac{۲}{۳}} = ۳)\}$

۸

$f(x) = \sqrt{x+۴\sqrt{x-۴}} = \sqrt{(\sqrt{x-۴}+۲)^۲} = |\sqrt{x-۴}+۲|$

$g(x) = \sqrt{x-۴\sqrt{x-۴}} = \sqrt{(\sqrt{x-۴}-۲)^۲} = (\sqrt{x-۴}-۲)$

زیرا قدر ← $x \geq ۸$
مطلق نیست

$f(x)+g(x) = \sqrt{x-۴}\cancel{+۲}+\sqrt{x-۴}\cancel{-۲} = ۲\sqrt{x-۴}$

$\Rightarrow a=۰, b=۲, c=-۴ \quad \frac{a+b}{c} = \frac{۲}{-۴} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$