نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱ .. کلاس سیزدهم گروه تجربی

۱

$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}-1$ $\quad y=\sqrt{x^2 f(x+1)}$

$y=\sqrt{x^2\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1+1}-1\right)}=\sqrt{\frac{x^2}{2^{x-1}}-x^2}$ $\quad \frac{x^2}{2^{x-1}}-x^2\geq 0 \rightarrow x^2\times 2^{-x+1}-x^2\geq 0$

$\rightarrow x^2\underbrace{(2^{-x+1}-1)}_{2^{-x+1}=1\rightarrow -x+1=0\rightarrow x=1}\geq 0 \rightarrow$ $\begin{array}{ccc} & 0 & 1 \\ - & \phi & + & \phi & - \end{array}$ $\quad D=[0,1]$

۲

$f(x)=\sqrt{x+|x+2|-1}$ $\quad f(-x)$

$f(-x)=\sqrt{-x+|-x+2|-1} \rightarrow -x+|-x+2|-1\geq 0 \rightarrow$

$\begin{cases} -x-x+2-1\geq 0 & x\leq 2 \\ -x-x+2-1\geq 0 & x\geq 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+1\geq 0 & x\leq 2 \\ -1\geq 0 & x\geq 2 \end{cases}$

$x\leq \frac{1}{2}$ $\quad x\geq 2$

این حاصل غلط است پس ۰ ندارد

$D=(-\infty,\frac{1}{2}]$

۳

$y=\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}} \rightarrow \frac{x-1}{f(x)}\geq 0$ $\quad \begin{array}{ccccccc} & & 1 & & 2 & & 3 \\ - & \phi & + & \phi & + & \phi & - \end{array}$ $\quad D=(-\infty,1]\cup(2,3)$

$-2,2,3$ ←

۴

$y=\frac{1}{\sqrt{9x^6-x^4-4x^2-6x-2}}$ ① $9x^6-x^4-4x^2-6x-2 \rightarrow 9x^6-x^2=(3x^2-x)(3x^2+x)$

$\rightarrow (3x^2-x+w)(3x^2+x+z) \rightarrow 9x^6+(3z+3w-1)x^4+(-z+w)x+wz=$

$\Rightarrow 9x^6-7x^4-6x+2$ $\quad (3x^2-x-2)(3x^2+x+1)$ $\quad b=-2, a=-1$ ✓ $\quad b=1, a=-1 \Rightarrow \sqrt{-(x)}$ ت ن

$z=1$ $\quad w=-2$

$\Rightarrow 3w+3z-1=-7$ $\quad -z+w=-4$ $\quad wz=-2$

$\rightarrow 3(-4+z)+3z-1=-7 \rightarrow z=1$ $\quad w=z-4$

$\sqrt{-(a+b)}=\sqrt{-(-3)}=\sqrt{3}$ ✓

۵

$f(x)=x^3+x$ $\quad y=\sqrt{f(x)-f\left(\frac{5}{x}\right)}$

$y=\sqrt{x^3+x-\frac{125}{x^3}-\frac{5}{x}} \rightarrow \frac{x^6+x^4-125-5x^3}{x^3}\geq 0$ $\quad x^3=t$

$t^2+t-5t-125$

$t^2-4t-5(t+25)$

$(t-5)(t^2+5t+25)+5(t-5)$

$(t-5)(t^2+5t+30)$

$(t-5)(t^2+5t+25+5)$

$(t-5)(t^2+5t+25)+5$

$b^2-4ac=25-4(25)<0$ ✓

$x=\pm 2$ $\quad t=x^3=5$

$\begin{array}{ccccc} & -2 & & 0 & & 2 & \\ - & \phi & + & \phi & - & \phi & + \end{array}$ $\quad D=[-2,0)\cup[2,+\infty)$

۶

$f(x^2+x)=2x^2-1$

$x^2+x=2 \to x=1 \to f(2)=2-1=1$

$x^2+x=6 \to x=2 \to f(6)=8-1=7$

$f(2)+f(6)=1+7=\boxed{8}$

۷

$f(x)=x^3-6x^2+12x \quad (x-2)^3=x^3-6x^2+12x-8 \to f(x)=(x-2)^3+8$

$g(x)=x^3+6x^2+12x \quad (x+2)^3=x^3+6x^2+12x+8 \to g(x)=(x+2)^3-16$

$$\frac{g(\sqrt{7}-2)}{f(\sqrt{5}+2)}=\frac{(\sqrt{7}-2+2)^3-16}{(\sqrt{5}+2-2)^3+8}=\frac{7+24}{20+8}=\frac{-20}{10}=\boxed{-2}$$

۸

$f(x)=\sqrt{x+6\sqrt{x-5}} \quad g(x)=\sqrt{x-6\sqrt{x-5}} \quad f(x)+g(x)=a+b\sqrt{x+c}$

$$(\sqrt{x+6\sqrt{x-5}}+\sqrt{x-6\sqrt{x-5}})^2=x+6\sqrt{x-5}+x-6\sqrt{x-5}+2\sqrt{x^2-12x+36}=2x+2|x-6|=2x+12-2x=12$$

$\Rightarrow (f(x)+g(x))^2=12 \xrightarrow{\sqrt{\ }} f(x)+g(x)=2\sqrt{3}$

$\to f(x)+g(x)=2\sqrt{x-5}=a+b\sqrt{x+c} \Rightarrow a=0,\ b=2,\ c=-5$

$\frac{a+b}{c}=\frac{0+2}{-5}=\boxed{-\frac{1}{2}}$

۹

$f(x)=\frac{x+2}{x^2-6x+8} \quad g(x)=\{(2,1),(0,1),(4,5),(0,6)\}$

$f(x)=\{(3,-5),(\text{تعریف نشده},2),(1,0),(\frac{1}{2},0)\}$

$\frac{g}{f}=\{(2,-\frac{1}{5}),(0,4)\}$

۱۰

الف) $f(2x) \to$ ۴ عضو دارد

$f(2x)=\{(\frac{1}{4},2),(\frac{1}{2},-1),(2,2),(4,-\frac{1}{2})\}$

ب) $f(x^2) \to$ ۳ عضو دارد

$f(x^2)=\{(\pm 1,2),(\pm\sqrt{3},-1),(\pm 4,2)\}$

ج) $2g^2(x)+1 \to$ ۴ عضو دارد

$2g^2(x)+1=\{(-2,19),(1,3),(3,9),(-1,1)\}$

د) $\frac{f}{g} \to$ ۳ عضو دارد

$\frac{f}{g}=\{(1,-6),(3,-1),(-1,\text{تعریف نشده})\}$