سوال ۱ =>

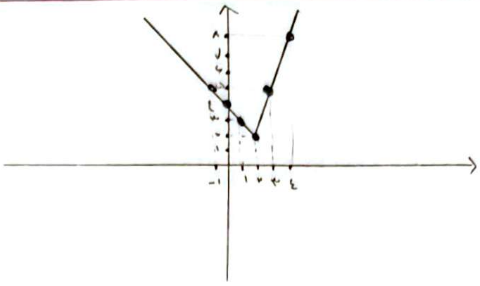
الف) $y = x+|2x-4|$

$x-2x+4$	$x+2x-4$
$-x+4$	$3x-4$

(breakpoint: ۲)

x	۲	۱	۰	-۱
y	۲	۳	۴	۵

x	۲	۳	۴
y	۲	۵	۸



$\boxed{R_f : [2,+\infty)}$

ب) $y=|x-3|+|x-1|-|x|$

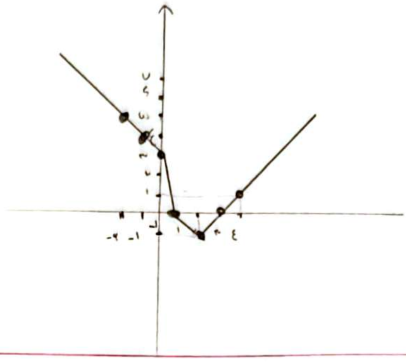
	۰	۱	۳
$-x+3$	$-3x+3$	$-x+1$	$x-3$

x	۰	-۱	-۲
y	۳	۴	۵

x	۰	۱
y	۳	۰

x	۱	۳
y	۰	-۱

x	۲	۳	۴
y	-۱	۰	۱

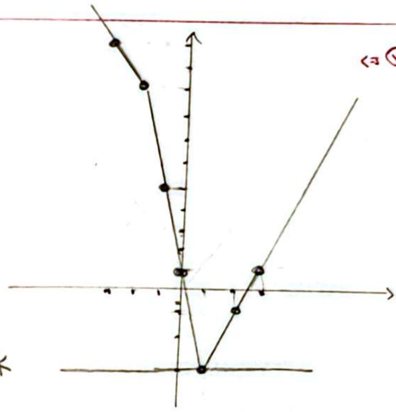


$R_f = [-1,+\infty)$

سوال ۲ =>

$|3x-3|-|x+2|=k$

	-۲	۱
$-3x+3+x+2$	$-3x+3-x-2$	$3x-3-x-2$
$-2x+5$	$-4x+1$	$2x-5$



پس تابع یک منحنی V شکل است که => در $[1,+\infty)$ تابع صعودی و در $(-\infty,1]$ تابع نزولی

min در $x=1$ است

$f(1) = |3(1)-3|-|1+2| = |0|-|3| = 0-3 = -3$ $\quad -3=k$

اگر معادله فقط یک جواب داشته باشد پس تنها k می تواند برابر -۳ باشد

$\boxed{k=-3}$

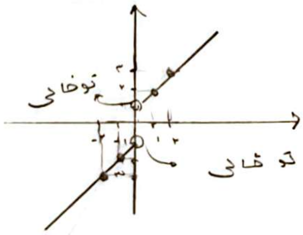
سوال ۳ =>

الف) $y = x+\frac{x}{|x|}$

	۰	
$x-1$		$x+1$

x	۰	-۱	-۲
y	-۱	-۲	-۳

x	۰	۱	۲
y	۱	۲	۳

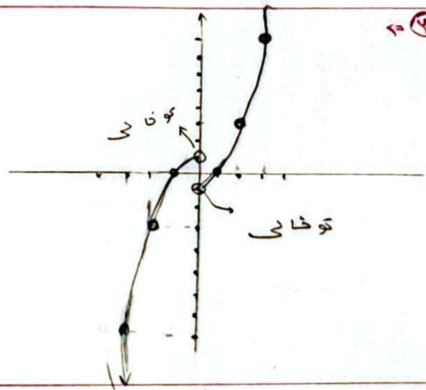


ب) $y = x|x|-\frac{x}{|x|}$

	۰	
$-x^2+1$		x^2-1

x	-۱	-۲	-۳
y	۰	-۳	-۸

x	۱	۲	۳	۰
y	۰	۳	۸	-۱



سوال ۴ =>

الف) $y=[x]-2x$

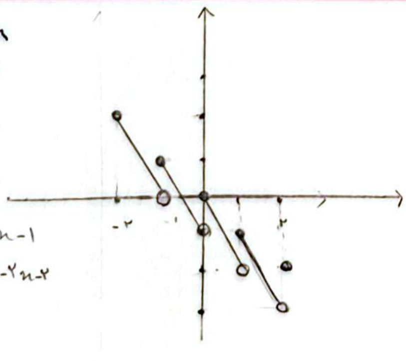
$x=2 \rightarrow y=-2$

$1\leq x<2 \rightarrow -2x+1$

$0\leq x<1 \rightarrow -2x$

$-1\leq x<0 \rightarrow -2x-1$

$-2\leq x<-1 \rightarrow -2x-2$



ب) $y=[x]|x|$

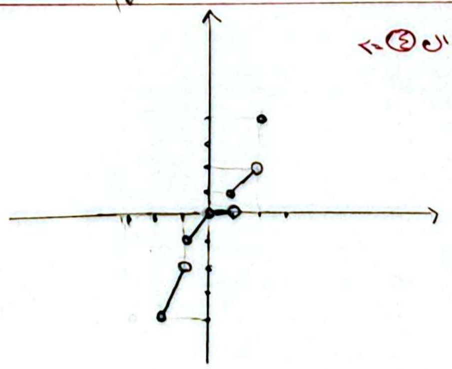
$1\leq x<2 \rightarrow |x|$

$0\leq x<1 \rightarrow 0$

$-1\leq x<0 \rightarrow -|x|$

$-2\leq x<-1 \rightarrow -2|x|$

$x=2 \rightarrow y=4$



CamScanner

الف) $y = 2x - [2x] \xrightarrow{\star} R_f = [0,1)$

$\boxed{\begin{matrix} 0 \le x - [x] < 1 \\ -1 < [x] - x \le 0 \end{matrix}}$ ★

ب) $y = 4x - 4[x] \longrightarrow 4(\underbrace{x - [x]}_{\star = [0,1)}) \rightarrow \boxed{R_f = [0,4)}$

ج) $y = x - 5\left[\frac{x}{5}\right] \rightarrow 5\frac{x}{5} - 5\left[\frac{x}{5}\right] \rightarrow 5\left(\underbrace{\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right]}_{\star \rightarrow [0,1)}\right) \rightarrow \boxed{R_f = [0,5)}$

د) $y = [2x] - 2x \xrightarrow{\star} \boxed{R_f (-1, 0]}$

سوال ۵ =>

الف) $y = 3\sin x + 2\cos x \rightarrow -\sqrt{9+4} \le 3\sin x + 2\cos x \le +\sqrt{9+4} \rightarrow \boxed{R_f = [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]}$

ب) $y = 4\sin x - 3\cos x \rightarrow -\sqrt{(4)^2+(-3)^2} \le 4\sin x - 3\cos x \le +\sqrt{(4)^2+(-3)^2} \rightarrow \boxed{R_f = [-5, 5]}$

ج) $y = [2\sin x + 5\cos x] \rightarrow -\sqrt{29} \le 2\sin x + 5\cos x \le \sqrt{29} \rightarrow [[-\sqrt{29}, \sqrt{29}]] \rightarrow \boxed{R_f = \{y \mid y \in \mathbb{Z}, -5 \le y \le 5\}}$

د) $y = \sqrt{\cos x - 2\sin x} \rightarrow -\sqrt{5} \le \cos x - 2\sin x \le \sqrt{5} \rightarrow \sqrt{[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]} \longrightarrow \boxed{R_f = [0, \sqrt[4]{5}]}$

سوال ۷ =>

الف) $y = \sin^2 x + 3\sin x + 2$

$x = 1 \rightarrow y = 6$;

$x = -1 \rightarrow y = 0$ $\Rightarrow \boxed{R_f = [0, 6]}$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2} \rightarrow y = \frac{-1}{4}$ غ ق ق

ب) $y = 2\sin^2 x + 3\sin x + 2$

$x = 1 \rightarrow y = 7$,

$x = -1 \rightarrow y = 1$ $\Rightarrow \boxed{R_f = [\frac{7}{8}, 7]}$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-3}{4} \rightarrow y = \frac{7}{8}$

سوال ۸ =>

الف) $y = \sin^2 x + 4\cos^2 x \rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + \underbrace{3\cos^2 x}_{[0,3]} \rightarrow \boxed{R_f [1, 4]}$ ★ $-1 \le \cos x \le 1$

ب) $y = \frac{2\cot x}{1 + \cot^2 x} = \frac{\frac{2\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} = \frac{2\cos x \sin^2 x}{\sin x} = 2\cos x \sin x = \sin 2x \Rightarrow \boxed{R_f = [-1, 1]}$ ★ $-1 \le \sin x \le 1$

سوال ۹ =>

الف) $y = \sin^6 x + \cos^6 x \rightarrow 2^{1-3} \le \sin^6 x + \cos^6 x \le 1 \rightarrow \frac{1}{4} \le \sin^6 x + \cos^6 x \le 1 \rightarrow \boxed{R_f = [\frac{1}{4}, 1]}$

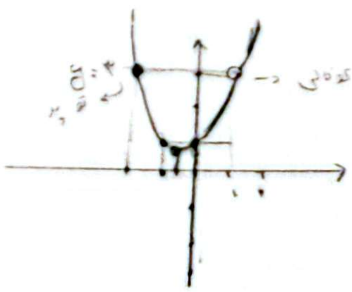
ب) $y = [\sin^8 x + \cos^8 x] \rightarrow 2^{1-4} \le \sin^8 x + \cos^8 x \le 1 \rightarrow \frac{1}{8} \le \sin^8 x + \cos^8 x \le 1 \rightarrow [\sin^8 x + \cos^8 x] = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{R_f = \{0, 1\}}$

سوال ۱۰ =>

الف) $y = \frac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4} \Rightarrow \frac{\cancel{(x+4)}(2x-1)}{\cancel{(x+4)}} = 2x - 1$; $x \ne -4 \rightarrow y \ne -9 \Rightarrow \boxed{R_f = \mathbb{R} - \{-9\}}$

ب) $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{\cancel{(x-1)}(x^2 + x + 1)}{\cancel{(x-1)}} = \underline{x^2 + x + 1}$; $x \ne 1 \rightarrow y \ne 3$

$R_f : [\frac{3}{4}, +\infty)$



$\rightarrow \boxed{R_f = [\frac{3}{4}, +\infty)}$