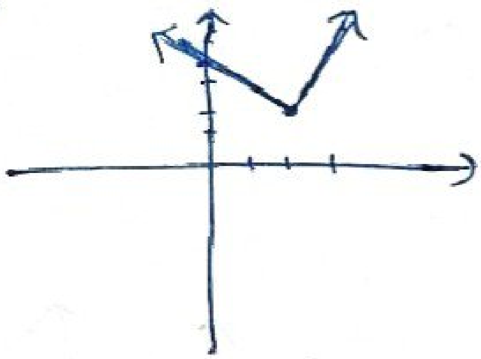
هلیا عقاعی

۱۸/۷۵

۱

الف) $y = x + |3x - 4|$

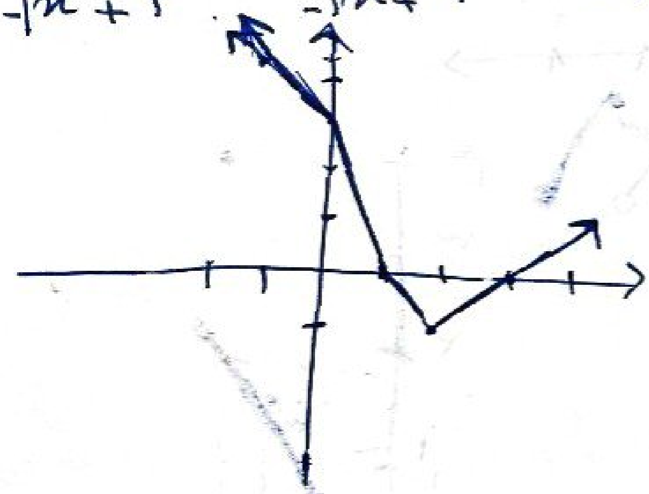


	۲	
$x + 4 - 2x$		$x + 3x - 4$
$-x + 4$		$3x - 4$

$R_f = [2, +\infty)$

ب) $|x - 2| + |x - 1| - |x|$

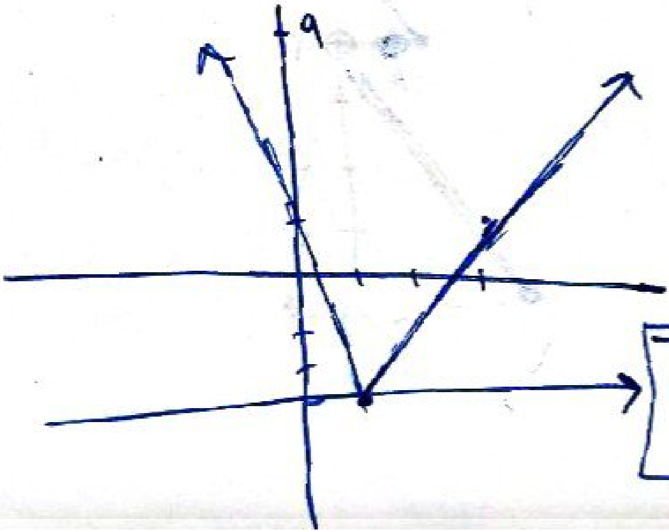
۰		۱		۲	
$2 - x + 1 - x + x$	$2 - x + 1 - x - x$		$2 - x + x - 1 - x$		$x - 2 + \cancel{x} - 1 - \cancel{x}$
$-x + 3$	$-3x + 3$		$-x + 1$		$x - 3$



$R_f = [-1, +\infty)$

۲) این ضابطه ۲ ریشه دارد ، یعنی قطعی وجود دارد که این تابع را تنها در ۲ نقطه قطع می کند.

	-۳		۱	
$-2x + 5$		$-4x + 1$		$2x - 5$

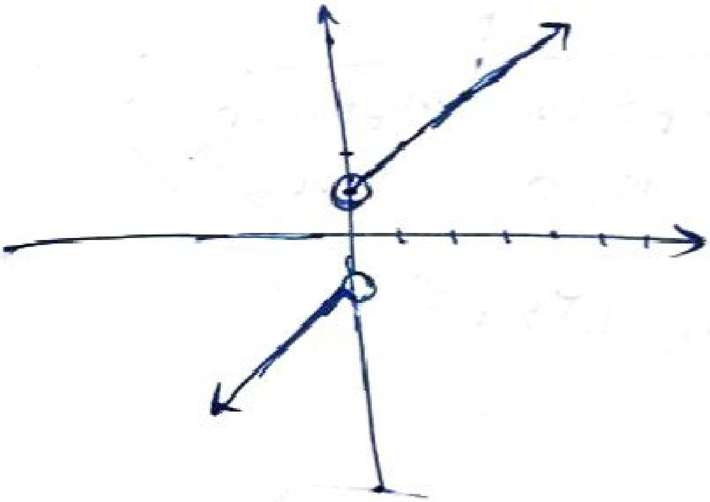


$\boxed{K = -3}$

۳)

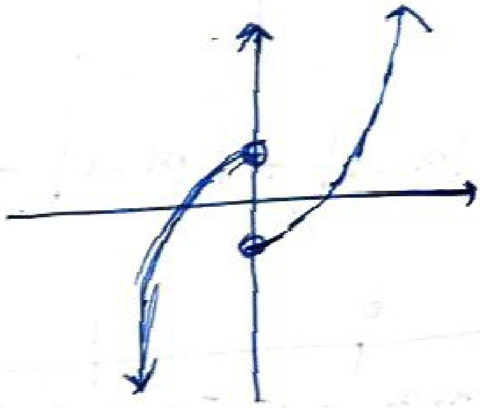
الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

$x-1$	$x+1$



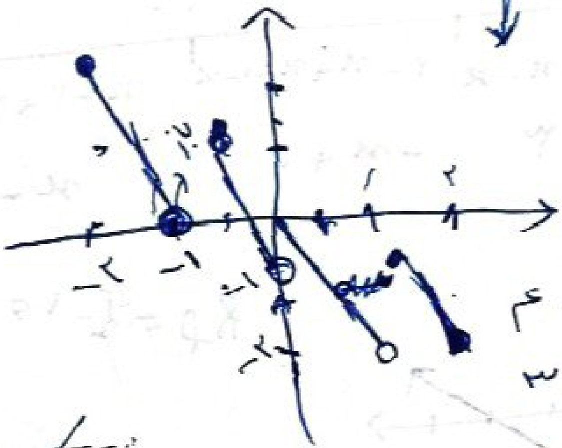
ب)

$-x^2+1$	x^2-1

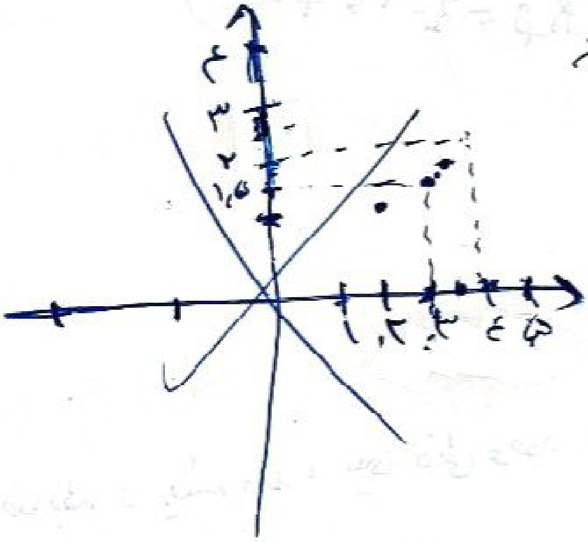


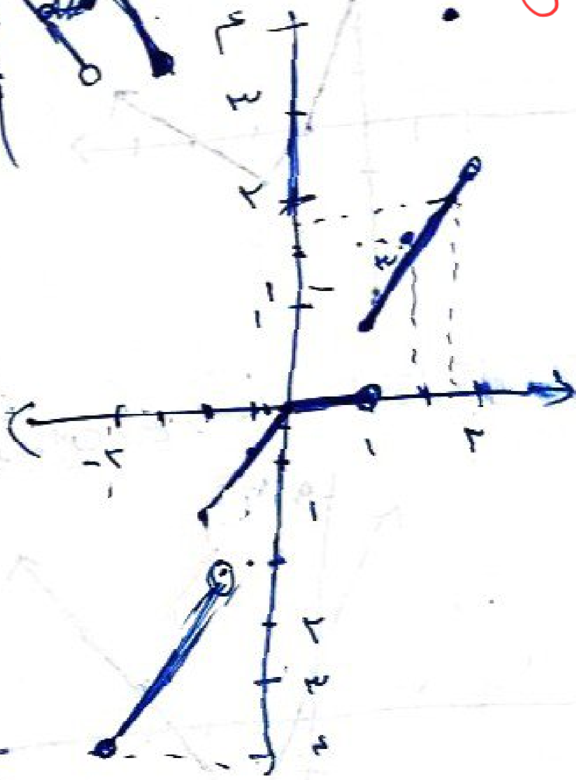
۴)

الف) $[x]-2x$



ب)





5

6

الف) $[0,1)$ به ازای اعداد اعشاری فقط اعشار اون عدد میره و $=0$ به ازای اعداد صحیح

ب) $4(x-[x]) \to R_f=[0,4)$

ج) $x-5\left[\frac{x}{5}\right] = R_f=[0,5)$

د) $[2x]-2x = (-1,0]$

6

الف) $3\sin x+2\cos x \to \sqrt{9+4}$

1,5

$-\sqrt{\underbrace{9+4}_{13}} \le 3\sin x+2\cos x \le \sqrt{\underbrace{9+4}_{13}}$ $R_f=[-\sqrt{13},+\sqrt{13}]$

ب) $-\sqrt{16+9} \le 4\sin x-3\cos x \le \sqrt{16+9}$

$R_f=[-5,+5]$

د) $R=[0,\sqrt[4]{5}]$

ج) $y=[2\sin x+5\cos x]$

$-\sqrt{\underbrace{4+25}_{29}} \le 2\sin x+5\cos x \le \sqrt{\underbrace{4+25}_{29}}$

$R_f=$ [redacted]

$[-\sqrt{29}]=-6$, $[\sqrt{29}]=5$

$R_f=\{-6,-5,\dots,5\}$

7) ۱٫۵

الف) $y = \sin^2 x + 3\sin x + 2$

$\min = \frac{-3}{2}$ $\quad f\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{9}{4} - \frac{18}{4} + 2 = -\frac{9}{4} + \frac{8}{4} = -1$

$\min = -\frac{1}{4}$

$\sin 1 = 1 + 3 + 2 = 6 \qquad R_f = \left[-\frac{1}{4}, 6\right]$

ب) $2\sin^2 x + 3\sin x + 2$

$\min = f\left(\frac{-3}{4}\right) = 2\left(\frac{9}{16}\right) + 3\left(-\frac{3}{4}\right) + 2$

$\frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 2 = \frac{9 - 18 + 16}{8} = \frac{7}{8} = \min$

$\max = \sin 1 = 2(1)^2 + 3(1) + 2 = 7 \qquad R_f = \left[\frac{7}{8}, 7\right]$

8) ۲

الف) $y = \sin^2 x + 4\cos^2 x = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + 3\cos^2 x$

$1 + 3\cos^2 x \qquad 0 \le \cos^2 x \le 1 \to 0 \le 3\cos^2 x \le 3$

$\Rightarrow 1 \le 1 + 3\cos^2 x \le 4 \qquad R_f = [1, 4]$

ب) $\dfrac{2\cot x}{\frac{1}{\sin^2}} = \dfrac{\frac{2\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 \sin x}} = 2\sin x \cos x$

$2\sin x \cos x = \sin 2x \to R_f = [-1, 1]$

9) ۲

الف) $\sin^4 x + \cos^4 x \qquad -\sqrt{2} \le \sin + \cos \le \sqrt{2}$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = \frac{8}{64} + \frac{8}{64} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} \le \sin^4 + \cos^4 \le 1 \qquad R_f = \left[\frac{1}{4}, 1\right]$

ب) $R_f=\{۰ , ۱\}$ ۹

الف) $y=\dfrac{۲x^۲+۷x-۴}{x-۴}$, $\cancel{۲x^۲+۷x-۴=yx-۴y}$ ۱۰

$۲x^۲+۷x-۴=\dfrac{\cancel{(x+۴)}(۲x-۱)}{\cancel{(x+۴)}}=۲x-۱$

$R_f=R-\{-۹\}$

۱,۷۵

$\Delta=(۷-y)^۲+\overbrace{(۴)(۲)}(۴+۴y)=$

$۴۹+y^۲-۱۴y+۳۲+۳۲y=y^۲+۱۸y+۸۱$

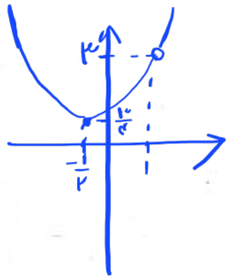
$y^۲+۱۸y+۸۱\geq۰ \quad (y+۹)^۲\geq۰$ ✓

۶

$\Delta=۱-۴=-۳$

ب) $y=\dfrac{\cancel{(x-۱)}(x^۲+x+۱)}{\cancel{(x-۱)}}\Rightarrow y=x^۲+x+۱$

$min=\dfrac{۳}{۴} \quad R_f=[\dfrac{۳}{۴} , +\infty)\ \cancel{-\{۳\}}$



$\dfrac{۱}{۲}$

$\dfrac{۱}{۴}-\dfrac{۱}{۲}+۱$

$\dfrac{۱-۲+۴}{۴}=$