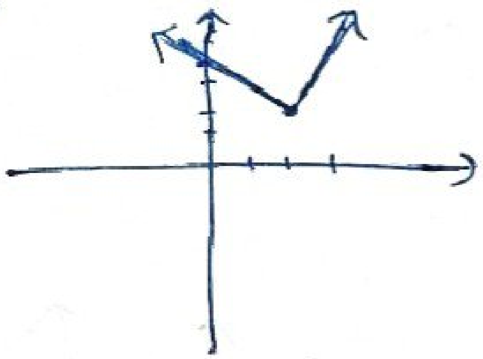
هلیا عقایی

۱۹ =

(۱)

الف) $y = x + |2x - 4|$



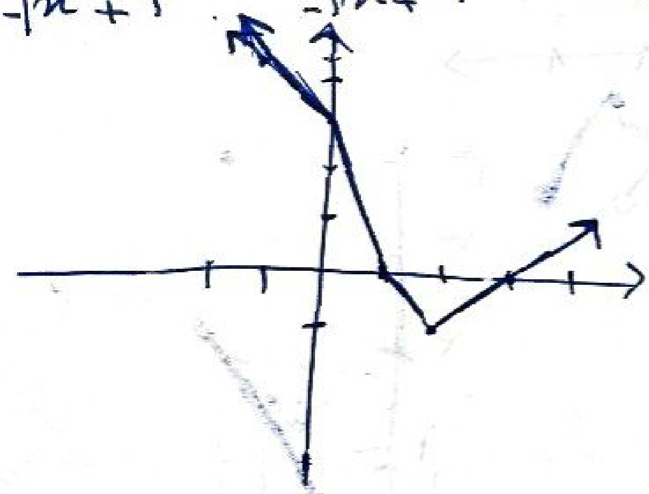
$x+4-2x$	$x+2x-4$
$-x+4$	$3x-4$

(sign table split at 2)

$R_f = [2 , +\infty)$

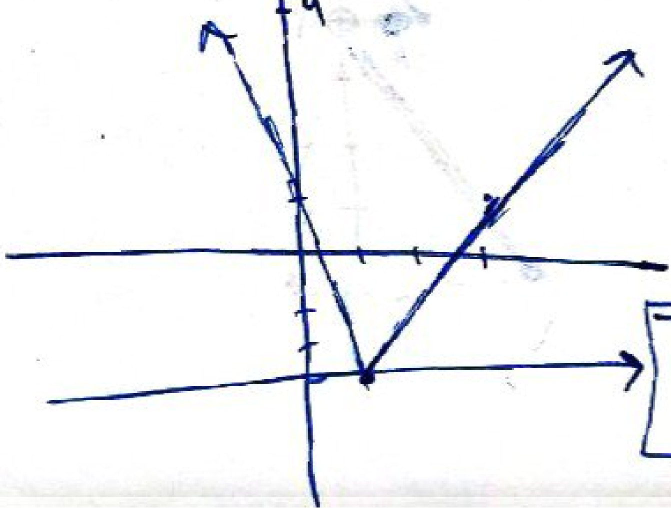
ب) $|x-2| + |x-1| - |x|$

0	1	2	
$2-x+1-x+x$	$2-x+1-x-x$	$2-x+x-1-x$	$x-2+\cancel{x}-1-\cancel{x}$
$-x+3$	$-3x+3$	$-x+1$	$x-3$



$R_f = [-1 , +\infty)$

(۲) این ضابطه ۱ ریشه دارد، یعنی فقط وجود دارد که این تابع را تنها در ۱ نقطه قطع می کند.



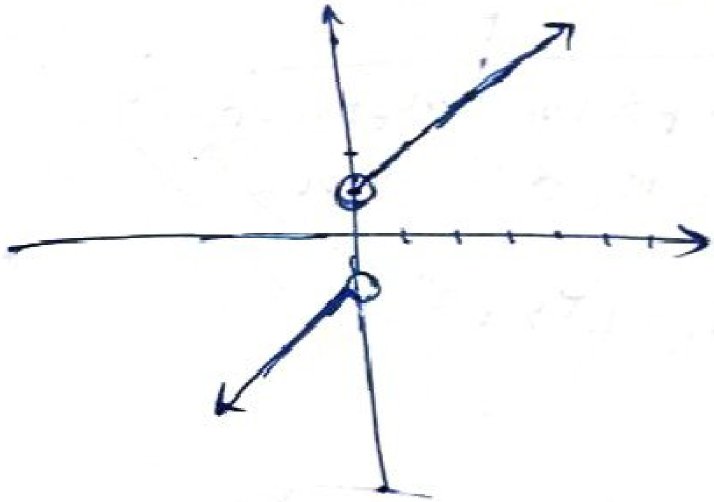
-3	1	
$-2x+5$	$-4x+1$	$2x-5$

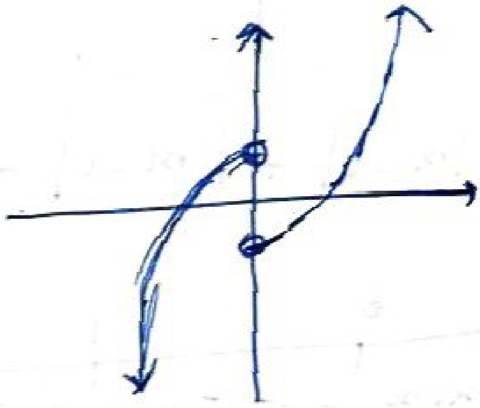
$\boxed{K = -3}$

۳)

الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

	0	
$x-1$		$x+1$



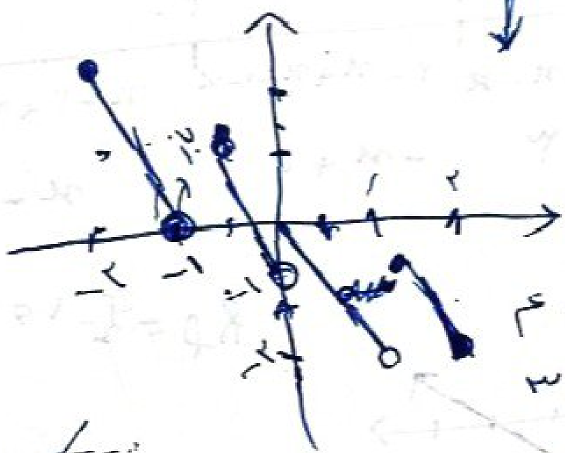


ب)

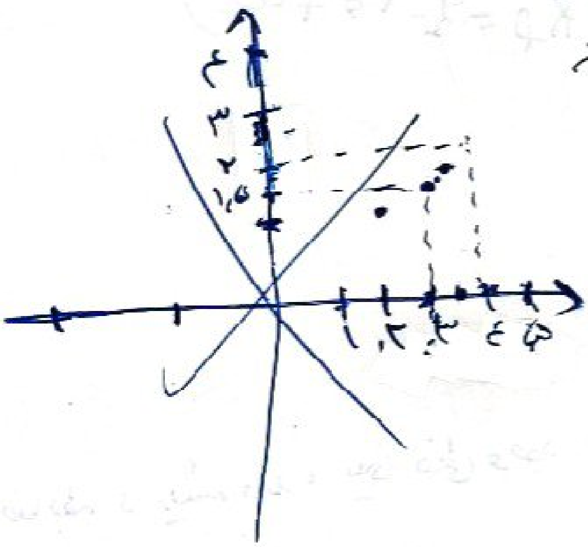
	0	
$-x^2+1$		x^2-1

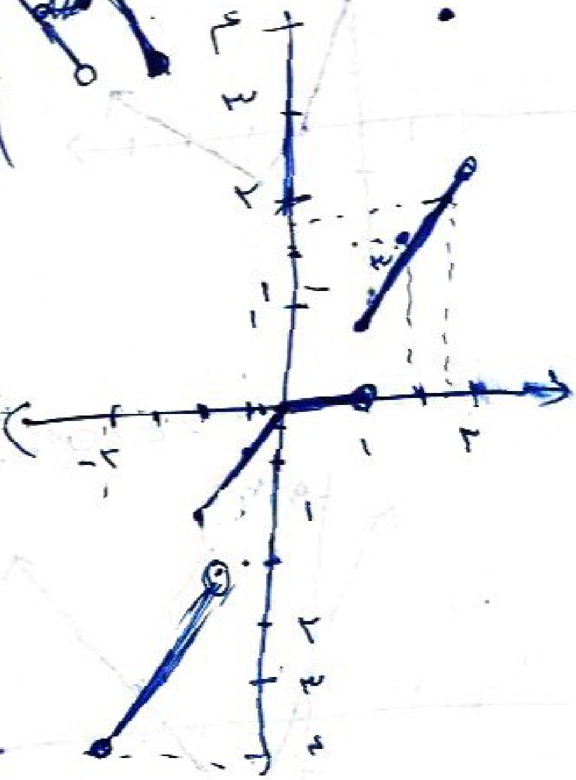
۴)

الف) $[x]-2x$



ب)





۵

الف) $[0, 1)$ — به ازای اعداد اعشاری فقط اعشار اون عدد میره و $0 =$ به ازای اعداد صحیح

ب) $4(x-[x]) \to R_f = [0, 4)$

ج) $x - 5\left[\frac{x}{5}\right] = R_f = [0, 5)$

د) $[2x] - 2x = (-1, 0]$

۶

الف) $3\sin x + 2\cos x \to -\sqrt{9+4} \le 3\sin x + 2\cos x \le$

$-\sqrt{\underbrace{9+4}_{13}} \le 3\sin x + 2\cos x \le \sqrt{\underbrace{9+4}_{13}}$ $R_f = [-\sqrt{13}, +\sqrt{13}]$

ب) $-\sqrt{\underbrace{16+9}_{25}} \le 4\sin x - 3\cos x \le \sqrt{16+9}$

$R_f = [-5, +5]$

ج) $y = [2\sin x + 5\cos x]$

$-\sqrt{\underbrace{4+25}_{29}} \le 2\sin x + 5\cos x \le \sqrt{\underbrace{4+25}_{29}}$

$R_f =$ [redacted]

$[-\sqrt{29}] = -6$, $[\sqrt{29}] = 5$

$R_f = \{-6, -5, \ldots, 5\}$

(۷)

الف) $y = \sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$\min = \frac{-۳}{۲}$ $\quad f(\frac{-۳}{۲}) = \frac{۹}{۴} - \frac{۱۸}{۴} + ۲ = \frac{-۹}{۴} + \frac{۸}{۴} = -۱$

$\min = -\frac{۱}{۴}$

$\sin ۱ = ۱ + ۳ + ۲ = ۶$ $\quad R_f = [-\frac{۱}{۴}, ۶]$

ب) $۲\sin^۲ x + ۳\sin x + ۲$

$\min = f(\frac{-۳}{۴}) = ۲(\frac{۹}{۱۶}) + ۳(-\frac{۳}{۴}) + ۲$

$\frac{۹}{۸} - \frac{۹}{۴} + ۲ = \frac{۹ - ۱۸ + ۱۶}{۸} = +\frac{۷}{۸} = \min$

$\max = \sin ۱ = ۲(۱)^۲ + ۳(۱) + ۲ = ۷$ $\quad R_f = [\frac{۷}{۸}, ۷]$

(۸)

الف) $y = \sin^۲ x + ۴\cos^۲ x = \underbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}_{۱} + ۳\cos^۲ x$

$۱ + ۳\cos^۲ x \quad ۰ \le \cos^۲ x \le ۱ \to ۰ \le ۳\cos^۲ x \le ۳$

$\Rightarrow$

$۱ \le ۱ + ۳\cos^۲ x \le ۴$ $\quad R_f = [۱, ۴]$

ب) $\frac{۲\cot x}{\frac{۱}{\sin^۲}} = \frac{\frac{۲\cos x}{\sin x}}{\frac{۱}{\sin^۲ \sin x}} = ۲\sin x\cos x$

$۲\sin x\cos x = \sin ۲x \to R_f = [-۱, ۱]$

(۹)

الف) $\sin^۶ x + \cos^۶ x \quad -\sqrt{۲} \le \sin + \cos \le \sqrt{۲}$

$(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۶ + (\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۶ = \frac{۸}{۶۴} + \frac{۸}{۶۴} = \frac{۱۶}{۶۴} = \frac{۱}{۴}$

$\frac{۱}{۴} \le \sin^۶ + \cos^۶ \le ۱$ $\quad R_f = [\frac{۱}{۴}, ۱]$

(9)

ب) $R_f = \{0 , 1\}$

(10)

الف) $y = \dfrac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4}$, ~~$2x^2 + 7x - 4 = yx + 4y$~~

$2x^2 + 7x - 4 = \dfrac{\cancel{(x+4)}(2x-1)}{\cancel{(x+4)}} = 2x - 1$

$R_f = \mathbb{R} - \{-9\}$

$\Delta = (7 - y)^2 + \overbrace{(4)(2)}(4 + 4y) =$

$49 + y^2 - 14y + 32 + 32y = y^2 + 18y + 81$

$y^2 + 18y + 81 \geq 0 \quad (y + 9)^2 \geq 0$ ✓

؟

$\Delta = 1 - 4 = -3$

ب) $y = \dfrac{\cancel{(x-1)}(x^2 + x + 1)}{\cancel{(x-1)}} \Rightarrow y = x^2 + x + 1$

$\min = \dfrac{3}{4} \quad R_f = [\dfrac{3}{4} , +\infty) - \{3\}$

$\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} + 1$

$\dfrac{1 - 2 + 4}{4} =$