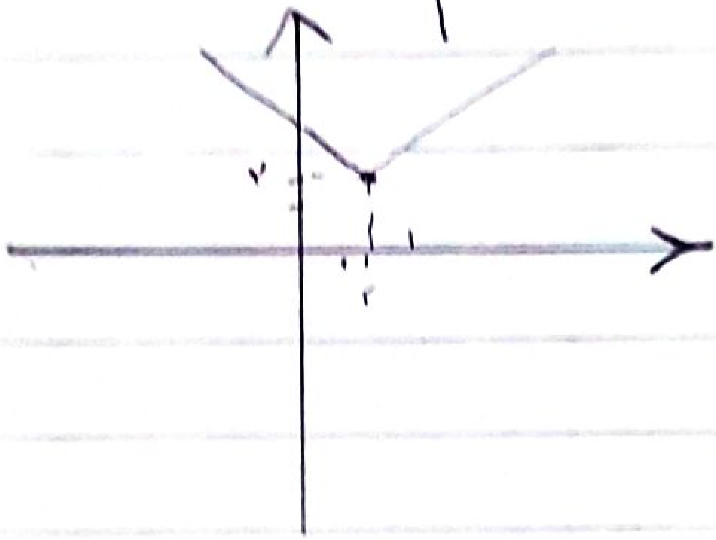
عرفان شریفی گروه دختران B

(۱)

الف) $y = x + |2x - 2| = \begin{cases} x + 2x - 2 & x \geq 1 \\ x - 2x + 2 & x < 2 \end{cases}$

۲	۳
۲	۵

۲	۱
۲	۳



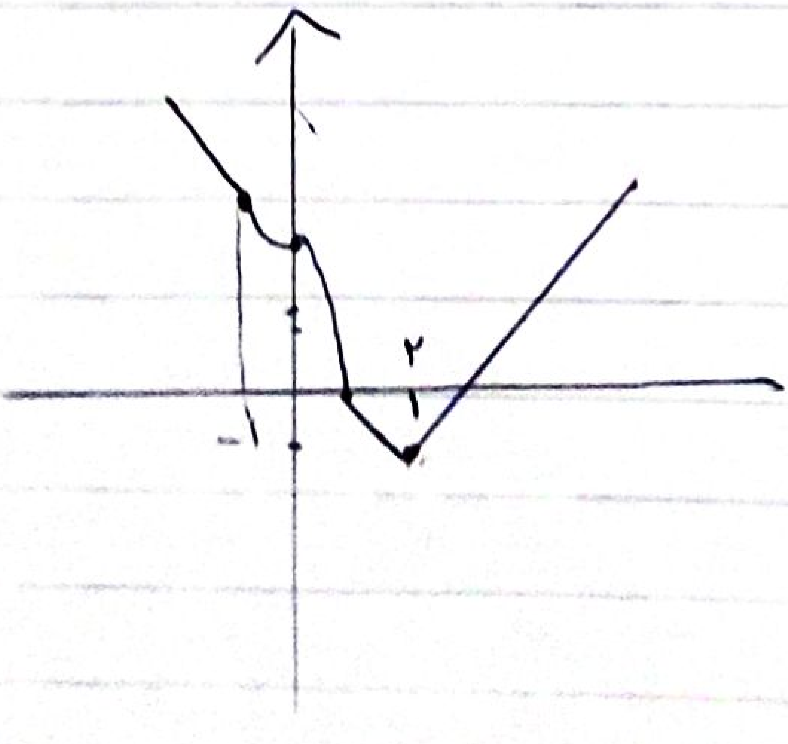
$R_f = [2, +\infty)$

ب) $y = |x - 2| + |x - 1| - |x|$

$x = 2 \quad x = 1 \quad x = 0$

	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$+$	
$x-1$	$-$	$-$	$+$	$+$	
				$+$	

$y = \begin{cases} -x + 2 - x + 1 + x & x < 0 \\ -x + 2 - x + 1 - x & 0 \leq x < 1 \\ -x + 2 + x - 1 - x & 1 \leq x \leq 2 \\ x - 2 + x - 1 - x & 2 < x \end{cases}$



$R_f = [-1, +\infty)$

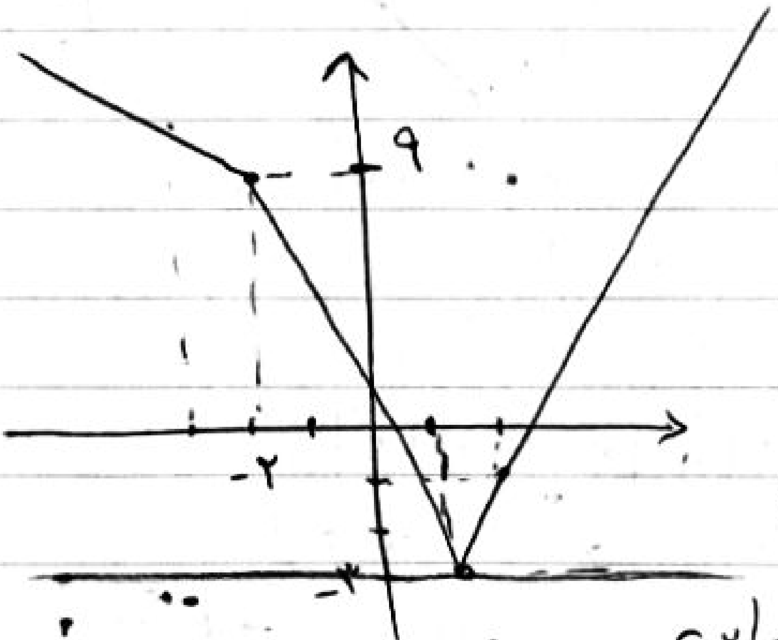
۲

۲- $|۳x-۳|-|x+۲|=k$

$y=|۳x-۳|-|x+۲|$

$x=۱$ $x=-۲$

۳-	۲-	۱	۲
۱۱	۹+	۳-	۱-



حالا باید تقاطع این نمودار با خط $y=k$ را بررسی کنیم
ولی چون گفته فقط یک ریشه یعنی یک نقطه برخورد دارند پس $\boxed{k=-۳}$

چون بالاتر از ۳- دوتا برخورد و پایین تر از ۳- هیچ برخوردی ندارند

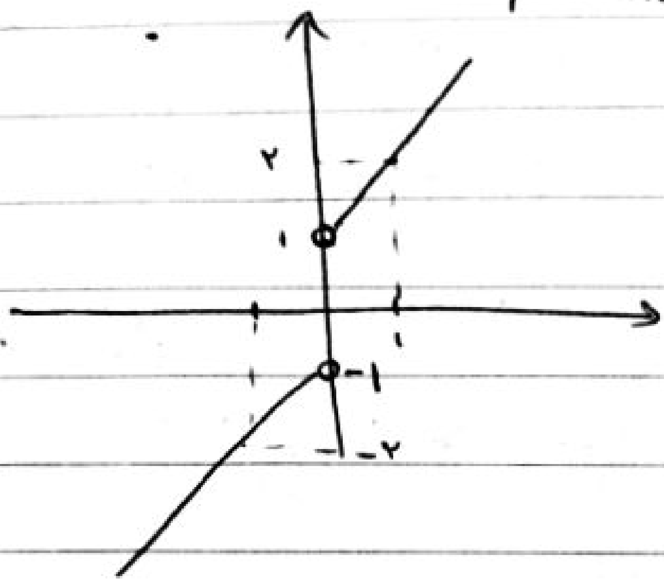
س

الف) $y = x + \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x + \frac{x}{x} = x+1 & x>0 \\ x + \frac{x}{-x} = x-1 & x<0 \end{cases}$

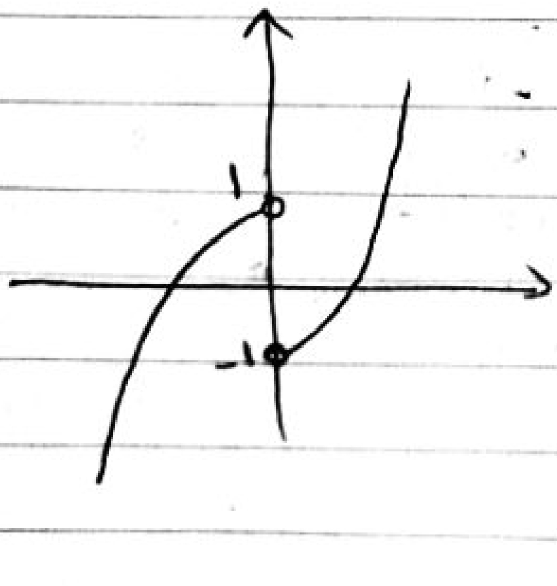
x	۰	۱
y	۱	۲

ـ۳

x	۰	-1
y	-1	-2



ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x^2 - 1 & x>0 \\ -x^2 + 1 & x<0 \end{cases}$



۴- الف) $y = [x] - 2x$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -2 - 2x$

x	-2	-1
y	2	0

$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -1 - 2x$

x	-1	0
y	1	-1

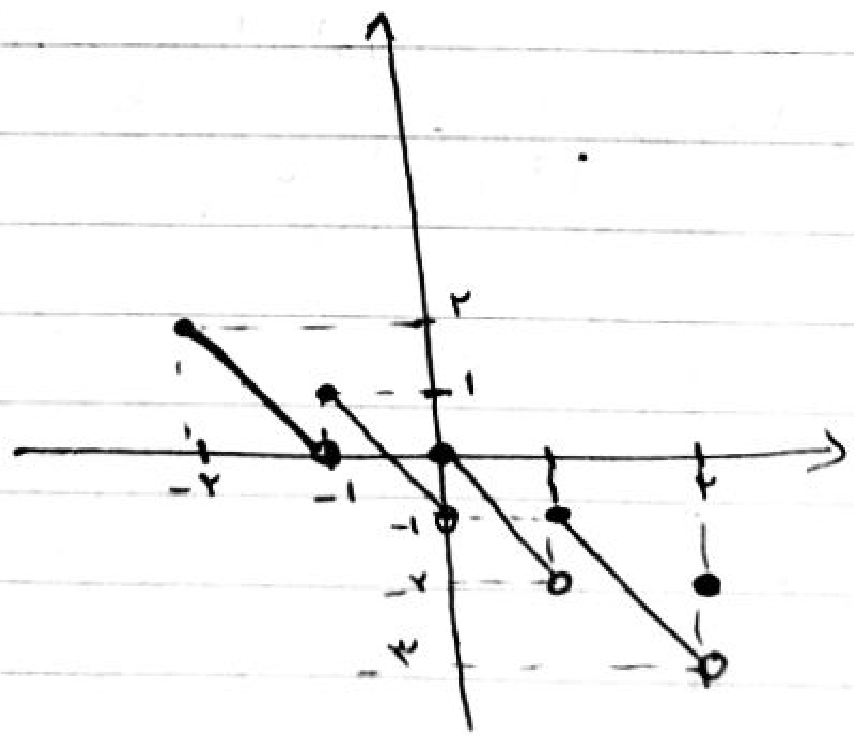
$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = -2x$

x	0	1
y	0	-2

$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 1 - 2x$

x	1	2
y	-1	-3

$x = 2 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 2 - 4 = -2 \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$



۵

ب) $y=[x]|x|$

$-2\le x<-1 \to [x]=-2 \to y=-2\overbrace{|x|}^{-x}=2x$

x	-2	-1
y	-4	-2

$-1\le x<0 \to [x]=-1 \to y=-1\overbrace{|x|}^{-x}=x$

	-1	0
	-1	0

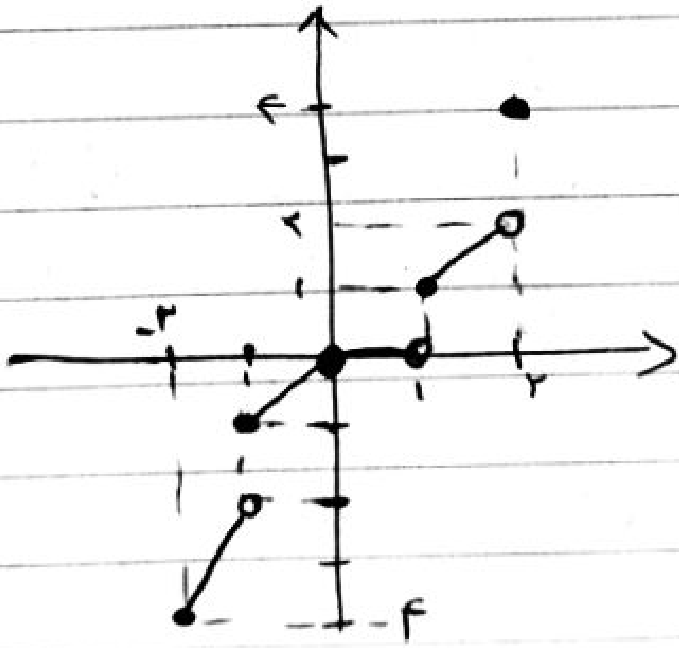
$0\le x<1 \to [x]=0 \to y=0$

	0	1
	0	0

$1\le x<2 \to [x]=1 \to y=\overbrace{|x|}^{x}=x$

x	1	2
y	1	2

$x=2 \to y=2\times 2=4 \to \begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}$



۵ـ الف) $= x - [x] \rightarrow R_f : [0,1)$

ب) $4(x - [x]) \rightarrow R_f : [0,4)$

ج)  $R_f : [0,5)$

د) $R_f : (-1,0] \rightarrow [x] - x$

۶ـ الف) $-\sqrt{13} \leq 3\sin x + 2\cos x \leq \sqrt{13}$

$R_f : [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$

ب) $R_f : [-5,5]$

ج) $-\sqrt{29} \leq 2\sin x + 5\cos x \leq \sqrt{29} \xrightarrow{[\ ]} R_f [-6,5]$

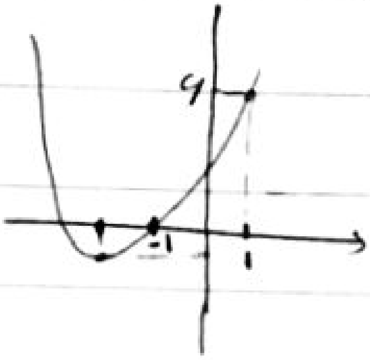
د) $-\sqrt{5} \leq \cos x - 2\sin x \leq \sqrt{5} \rightarrow R_f : [0, \sqrt{5}]$

۷-

الف) $y=\sin^2 x+3\sin x+2$

$\sin x=t \to y=t^2+3t+2$

$t_{\text{راس}}=\frac{-3}{2} \to y=\frac{-1}{4}$



$-1\le t\le 1$

$\longrightarrow$ اگر $t=-1 \to y=0$

$t=1 \to y=6$

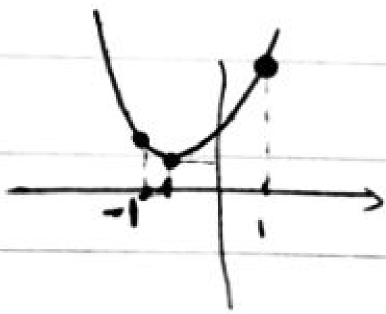
تابع بین

$R_f=[0,6]$ $[-1,1]$ صعودی است بین

ب) $y=2\sin^2 x+3\sin x+2$

$t=\sin x$ $\quad y=2t^2+3t+2$

$t_{\text{راس}}=\frac{-3}{4} \to y=\frac{7}{8}$



$-1\le t\le 1$ $\quad t=1 \to y=7$

$R_f=[\frac{7}{8},7]$

۸ـ

الف) $y = \sin^2 x + 4\cos^2 x$

$= \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + 3\cos^2 x = 1 + 3\cos^2 x$

$-1 \leq \cos x \leq 1 \longrightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \xrightarrow[+1]{\times 3} 1 \leq 1 + 3\cos^2 x \leq 4$

$R_f = [1, 4]$

ب) $y = \dfrac{2\cot x}{1+\cot^2 x} = \dfrac{\frac{2\cos x}{\sin x}}{1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} = \dfrac{\frac{2\cos x}{\sin x}}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x}}$

$= \dfrac{2\cos x}{\cancel{\sin x}} \times \dfrac{\sin^{\cancel{2}} x}{1} = 2\cos x \sin x = \sin 2x$

$\longrightarrow R_f = [-1, 1]$

۹_ الف) $y = \sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3$

مثل دیجن $= \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_{1}\underbrace{(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x)}$

$$(\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1})^2 - 3\sin^2 x\cos^2 x$$

$$= 1 - 3(\sin x\cos x)^2 = 1 - 3\left(\frac{\sin 2x}{2}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{3}{4}(\sin 2x)^2$$

$$0 \leqslant (\sin 2x)^2 \leqslant 1 \xrightarrow[\text{بعد } +1]{\text{اول } \times -\frac{3}{4}} 0 \geqslant -\frac{3}{4}(\sin 2x)^2 \geqslant \frac{-3}{4}$$

$$\longrightarrow \quad 1 \geqslant -\frac{3}{4}(\sin 2x)^2 + 1 \geqslant \frac{1}{4} \longrightarrow$$

$$R_f = \left[\frac{1}{4}, 1\right]$$

۹ ب)

$$\frac{1}{8} \leqslant \sin^8 x + \cos^8 x \leqslant 1$$

$$\longrightarrow [y,] = R_f = \{0, 1\}$$

۱۵ـ

الف) $y = \dfrac{2x^2+7x-4}{x+4}$

$$\begin{array}{r|l} 2x^2+7x-4 & x+4 \\ \cline{2-2} -2x^2-8x & 2x-1 \\ \hline -x-4 & \\ +x+4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$y = 2x-1 \ , \ x \neq -4$

ریشه مخرج

اگر $x=-4 \Rightarrow y = 2(-4)-1$

$y = -9$

پس $R_f = \mathbb{R} - \{-9\}$

چون $2x-1$ خط است.

ب) $y = \dfrac{x^3-1}{x-1} = \dfrac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{x-1}}$

$\rightarrow y = x^2+x+1 \ , \ x \neq 1$

$x_{\text{راس}} = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-1}{2} \longrightarrow y_{\text{راس}} = (-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2}) + 1 = \dfrac{3}{4}$

$x=1 \rightarrow y = 1+1+1 = 3$

$\longrightarrow R_f = [\frac{3}{4}, +\infty) - \{3\}$