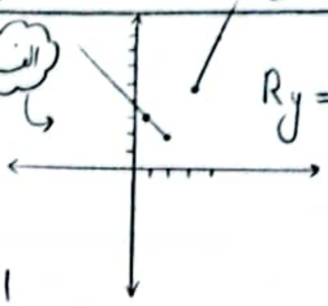
پرنیا فروتن فر — پاسخنامه تشریحی تکلیف ۷ — یازدهم B

---

۱)

الف) $y = x + |2x-4|$

$$y=\begin{cases} 3x-4 & x>2 \\ -x+4 & x\leqslant 2 \end{cases}$$

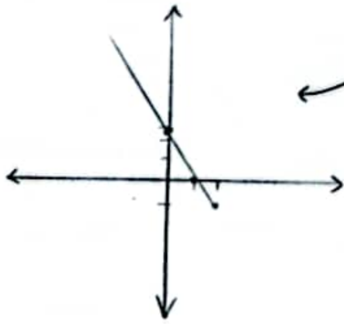


$R_y = [2,+\infty)$

ب) $y = |x-2| + |x-1| - |x|$ (۲) (۱) (۰)

$$\begin{cases} x=2 \Rightarrow y=-1 \\ x=1 \Rightarrow y=0 \\ x=0 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

$\boxed{R_y = [-1,+\infty)}$



---

۲)

$|3x-3| - |x+2| = k$ (1) (-2)

$$\begin{cases} 2x-5 & x>1 \\ -4x+1 & -2\leqslant x\leqslant 1 \\ -2x+5 & x<-2 \end{cases}$$

$f(-2) = -4(-2)+1 = \boxed{9}$

$f(1) = -4(1)+1 = \boxed{-3}$

ریشه های معادله

برای اینکه معادله تنها یک ریشه داشته باشد باید f(x) برابر با مینیمم آن k باشد

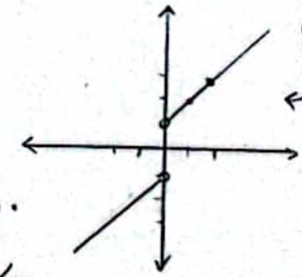
$\boxed{k=-3}$ ← جواب

---

۳)

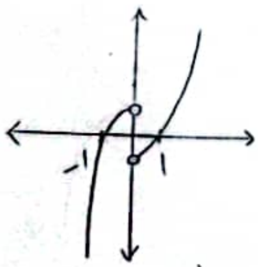
الف) $y = x + \dfrac{x}{|x|}$

$$\begin{cases} x+1 & x>0 \\ x-1 & x<0 \end{cases}$$



ب) $y = x|x| - \dfrac{x}{|x|}$

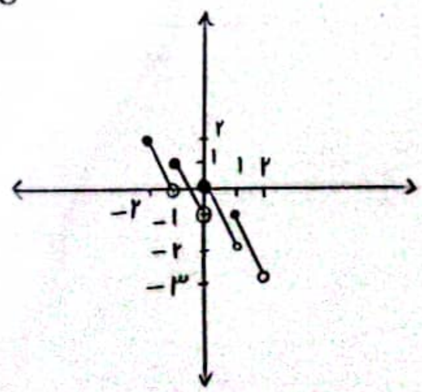
$$\begin{cases} x^2-1 & x>0 \\ -x^2+1 & x<0 \end{cases}$$



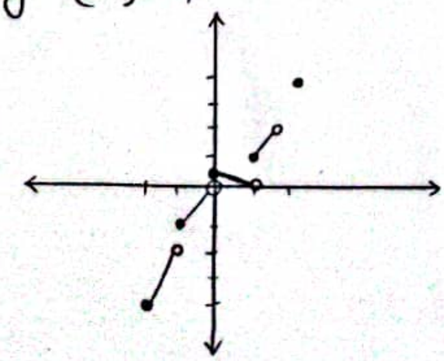
---

۴)

الف) $y = [x] - 2x$



ب) $y = [x]|x|$



۵)

الف) $y=3x-[3x] \Rightarrow \boxed{R_y=[0,1)}$

ب) $y=4x-4[x] \Rightarrow 4(x-[x])$

$\boxed{R_y=[0,4)}$

ج) $y=x-5\underbrace{\left[\frac{x}{5}\right]}_{k} \Rightarrow k\leqslant \frac{x}{5}<k+1$

$(\times 5)\quad 5k\leqslant x<5k+5 \Rightarrow 0\leqslant x-5k<5 \Rightarrow \boxed{R_y=[0,5)}$

د) $y=[2x]-2x \Rightarrow \boxed{R_y=(-1,0]}$

۶)

الف) $y=3\sin x+2\cos x \Rightarrow \underbrace{-\sqrt{9+4}}_{-\sqrt{13}}\leqslant 3\sin x+2\cos x\leqslant \underbrace{\sqrt{9+4}}_{\sqrt{13}}$ / $R_y=[-\sqrt{13},\sqrt{13}]$ جواب

ب) $y=4\sin x-3\cos x \longrightarrow -\sqrt{25}\leqslant 4\sin x-3\cos x\leqslant\sqrt{25}$

$\Rightarrow R_y=[-5,5]$ ← جواب

ج) $y=[2\sin x+5\cos x] \rightsquigarrow -\sqrt{29}\leqslant 2\sin x+5\cos x\leqslant\sqrt{29}$

$\Rightarrow \begin{cases} \pm1 & \pm2 \\ \pm3 & \pm4 \\ \pm5 & 0 \end{cases} \Rightarrow R_y=\{\pm5,\pm4,\pm3,\pm2,\pm1,0\}$ ← جواب

نامعتبر

د) $y=\sqrt{\cos x-2\sin x} \Rightarrow -\sqrt5\leqslant \cos x-2\sin x\leqslant\sqrt5 \Rightarrow R_y=[0,\sqrt5]$ ← جواب

۷)

الف) $y=\sin^2x+3\sin x+2$ $\quad \sin x\begin{cases} \frac{-b}{2a}=\frac{-3}{2} & \times \\ max=1 & f(1)=6 \\ min=-1 & f(-1)=0 \end{cases}$ $\quad \boxed{R_y=[0,6]}$

ب) $y=2\sin^2x+3\sin x+2$ $\quad \sin x\begin{cases} \frac{-b}{2a}=\frac{-3}{4} & f(\frac{-3}{4})=\frac{7}{8} \text{ کمترین} \\ max=1 & f(1)=7 \text{ بیشترین} \\ min=-1 & f(-1)=1 \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{R_y=[\frac{7}{8},7]}$

۸)

الف) $y=\sin^2x+4\cos^2x \Rightarrow \underbrace{\sin^2x+\cos^2x}_{1}+3\cos^2x=1+\underbrace{3\cos^2x}_{[0,3]}$

$\boxed{R_y=[1,4]}$

(۸

ب) $y = \dfrac{2\cot x}{1+\cot^2 x} = \dfrac{\frac{2\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} \Rightarrow 2\sin x \cos x = \sin 2x$

$R_y = \boxed{[-1,1]}$ ← جواب

(۹

الف) $y = \sin^6 x + \cos^6 x \Rightarrow (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 \Rightarrow$ اتحاد دیل و منیجون

$y = \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_{=1}\left((\sin^2 x)^2 - \sin^2 x\cos^2 x + (\cos^2 x)^2\right) = \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x$

$\Rightarrow \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x\cos^2 x$

$\Rightarrow 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x \Rightarrow 1 - 3\left(\dfrac{\sin^2(2x)}{4}\right) = 1 - \dfrac{3}{4}\underbrace{\sin^2(2x)}_{[0,1]}$

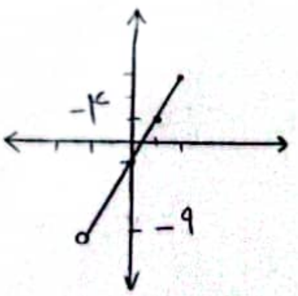
$\Rightarrow R_y = \boxed{[\frac{1}{4}, 1]}$ ← جواب

ب) $y = [\sin^8 x + \cos^8 x]$ نامساوی برنولی $= 2^{1-n} \leq \sin^{2n} x + \cos^{2n} x \leq 1$

$\frac{1}{8} \leq \sin^8 x + \cos^8 x \leq 1 \Rightarrow R_f : [\frac{1}{8}, 1] \xrightarrow{\text{اصل براکت}} \boxed{[0,1]}$ ← جواب

(۱۰

الف) $y = \dfrac{2x^2+7x-4}{x+4} \Rightarrow \dfrac{\cancel{(x+4)}(2x-1)}{\cancel{(x+4)}}$ $D_f = R - \{-4\}$



$R_y = \boxed{\mathbb{R} - \{-9\}}$

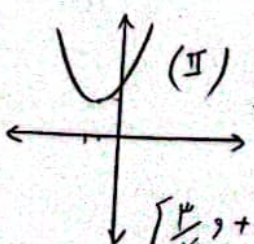
ب) $y = \dfrac{x^3-1}{x-1}$

$\dfrac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{(x-1)}}$ $D_f = R - \{1\}$

$(I)\ R - \{3\}$: برد تابع

x^2+x+1

$\begin{cases} x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-1}{2} \\ y = \dfrac{3}{4} \end{cases}$



$[\frac{3}{4}, +\infty)$

$\Rightarrow (I) \cap (II) = [\frac{3}{4}, 3) \cup (3, +\infty)$

جواب