ماهور عجمی پور

الف) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ و $g=\{(-1,1),(1,1),(0,4),(3,0),(1,3)\}$ باشد مجموع اعضای برد تابع $3f-2g$ را مشخص کنید.

$R_f \Rightarrow 1-x^2\geq 0 \longrightarrow \begin{array}{c} -1 \quad 1 \\ - \quad + \quad - \end{array} \longrightarrow [-1,1] \xrightarrow{\text{اعضای مشترک}} -1,1,0$

$\left(-1,\underbrace{(2-0)}_{2}\right),\ \left(1,\underbrace{(4-3(0))}_{4}\right),\ \left(0,\underbrace{8-3}_{5}\right) \longrightarrow$ مجموع اعضای برد $=2+4+5=11$

۲- اگر دامنه تابع $f(x)=2x-1$ بازه $[3,+\infty)$ و $g(x)=\frac{1}{2}x+3$ بازه $(-\infty,2]$ باشد اجتماع برد؟

$R_f \xrightarrow{\text{به ازای } 3} 5 \longrightarrow [5,+\infty)$ $\qquad R_g \xrightarrow{\text{به ازای } 2} 1+3=4 \longrightarrow (-\infty,4]$

$R_f\cup R_g=(-\infty,4]\cup[5,+\infty)$

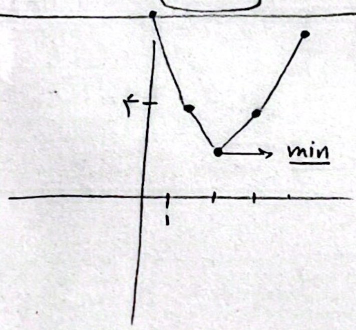
۳- بر نمودار سهمی $y=-\frac{x^2}{2}+x+3$ در بازه (a,b) از عدد $\frac{3}{2}$ بزرگتر است بیشترین مقدار $\sqrt{b-a}$؟

$-\frac{1}{2}x^2+x+3>\frac{3}{2} \longrightarrow -\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}>0 \xrightarrow{\times(-2)} x^2-2x-3<0 \longrightarrow (x-3)(x+1)<0$

$\begin{array}{c} -1 \quad\quad 3 \\ + \quad - \quad + \end{array} \longrightarrow \boxed{a=-1}\ \boxed{b=3} \qquad \sqrt{b-a}=\sqrt{3+1}=2$

۴- کمترین مقدار $y=|x-1|+|x-2|+|2x-4|$؟

عدد	مقدار
1	4
3	4
2	2
4	8
0	8



$2+2$

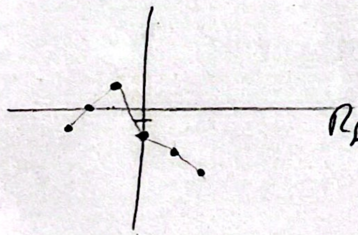
$2+2 \qquad 3+1+4$

$1+1 \qquad 1+3+4$

$\boxed{\text{کمترین مقدار} \longrightarrow 2}$

۵- برد تابع $y=|x|-2|x+1|$ به کدام شکل؟

x	مقدار
0	-2
-1	1
1	-3
-2	0



$R_f=(-\infty,1]$

$2-2|\ \ 1-4$

$2-2|+1|=$

$2-2$

$3-2|2|$

۶- به ازای چند عدد طبیعی m برد تابع $y=\frac{x^2+5x+m}{x+1}$ مجموعه R است؟

$yx+y=x^2+5x+m \longrightarrow x^2+(5-y)x+m-y \longrightarrow x=\frac{-5+y\pm\sqrt{y^2-10y+25-4m+4y}}{2}$

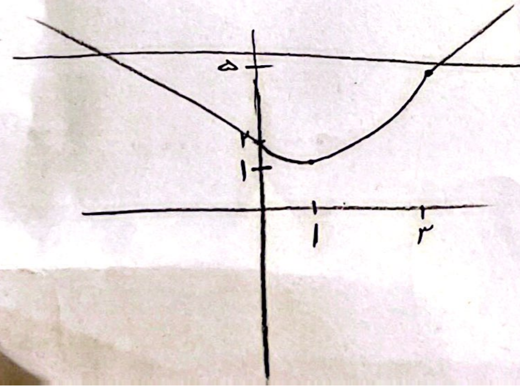
$y^2-6y+25-4m\geq 0 \xrightarrow[\Delta<0,\ a>0]{\text{می خواهیم همواره بزرگتر باشد}} 36-4(25-4m)<0 \longrightarrow 36-100+16m<0 \longrightarrow$

$16m<64 \longrightarrow m<4 \longrightarrow \{1,2,3\} \longrightarrow$ ۳ عدد

۷- برد تابع $f(x)=\begin{cases} x+2 & ; x\geq 3 \\ x^2-2x+2 & ; 0\leq x<3 \\ |x|+2 & ; x<0 \end{cases}$

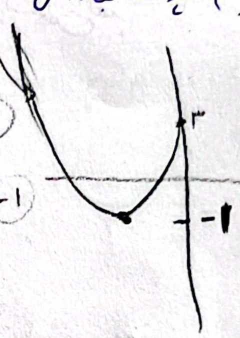
$9-6+2$

$(1,1)$



$R_f=[1,+\infty)$

۸ـ برد تابع چند ضابطه‌ای $f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3 & ; \ x\le 0 \\ [2x]-2x & ; \ x>0 \end{cases}$ را مشخص کنید.



$-\frac{4}{2}=-2$

$4-8+3=-1$

معادل $[x]-x$ که همواره مقدار آن برابر است با $(-1,0]$

$R_f=[-1,+\infty)$

۹ـ اگر دامنه و برد تابع $y=a+1-\sqrt{2x+3}$ به ترتیب بازه‌های $[b,+\infty)$ و $(-\infty,5]$ باشد حاصل ab؟

دامنه تابع $\leftarrow$ $x\ge\frac{-3}{2} \leftarrow 2x+3\ge0 \leftarrow b=\frac{-3}{2}$

برد تابع $\leftarrow$

$a+1-\underbrace{\sqrt{2x+3}}_{(0,+\infty)} \longrightarrow a+1-(0,+\infty)\longrightarrow(-\infty,a+1)\longrightarrow \boxed{a=4}$

$ab=\frac{-3}{2}\times4=-6$

۱۰ـ اگر $f(x)=2\sqrt{x+1}+4\sqrt{1-x}$ و $f(x)+g(x)=3\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}$ و $R_f=D_g$ باشد برد تابع $y=\frac{f(x)}{6}-\frac{g(x)}{3}$؟

$x\le1$

$f(x)+g(x)= \longrightarrow 2\sqrt{x+1}+4\sqrt{1-x}+g(x)=3\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}$

$3\sqrt{(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})^2}\longrightarrow 3\sqrt{1-x}+3\sqrt{1+x}$

$\longrightarrow g(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}$

$\frac{f(x)}{6}-\frac{g(x)}{3}\longrightarrow \cancel{\frac{\sqrt{x+1}}{3}}+\frac{2\sqrt{1-x}}{3}-\cancel{\frac{\sqrt{x+1}}{3}}+\frac{\sqrt{1-x}}{3}\longrightarrow\sqrt{1-x}$

دامنه تابع $\leftarrow$ $1-x\ge0\to x\le1$ و $x+1\ge0\to x\ge-1$

$0 \leftarrow 1$ به ازای

$\sqrt{2} \leftarrow -1$ " "

$R_f=[0,\sqrt{2}]$