نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ... ۹ ... کلاس .....

۱۷٫۵

۱

$$f(x)\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{\varepsilon} & ; x\le 1 \\ \sqrt{x^2+1} & ; x>1\end{cases}$$

① $\frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\varepsilon}{2}}\to\frac{\pi}{9}\Rightarrow\cot\frac{\pi}{9}\to\cot 60^\circ=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⇒ ۹۰°

② $\frac{\sqrt{3}}{2}>1\to\frac{3}{9}+\frac{9}{9}=\frac{12}{9}\Rightarrow\sqrt{\frac{12}{9}}=\frac{\sqrt{12}}{3}$

(۱)

$fof\left(\frac{2}{3}\right)=?$ ↳ $\frac{\sqrt{12}}{3}$ $\quad f\left(\frac{2}{3}\right)=\sqrt{3}$ $\quad f(\sqrt{3})=2$

۲

$*\ fog\left(\frac{\pi}{3}\right)\to\frac{\pi}{3}=30^\circ\to g(x)=2\cos^2 30^\circ\to 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=2\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{2}$

$\frac{1}{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}\to\sqrt{\frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{4}{9}}}=\sqrt{\frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{9}}}\Rightarrow\sqrt{\frac{3}{4}}$

(۲)

$*\ g(x)=\frac{x}{1-x}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{-1}=-2-\sqrt{2}\rightsquigarrow[-2-\sqrt{2}]=[-3/\dot{1}]=-4$

۳

$f(x)=\sin x\xrightarrow{①}\sin\frac{\pi}{4}=\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$g(x)=x\sqrt{1-x^2}\xrightarrow{②}\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{4}}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}$

$gof\left(\frac{\pi}{4}\right)=?$ ↳ $\frac{1}{4}$

۱٫۷۵

۴

$f(x)=\{(4,5),(6,5),(8,12),(10,12)\}\quad g(x)=\{(3,6),(2,4),(6,8),(8,10)\}$

الف) $fog(x)=\{(4,5),(2,5),(6,12),(8,12)\}$

ب) $gof(x)=\emptyset$

ج) $fof(x)=\emptyset$

د) $gog(x)=\{(4,8),(2,6),(6,10)\}$

(۲)

۵

$f=\{(2,1),(3,2),(4,5),(1,7)\}\quad g=\{(1,2),(3,1),(a,3),(b,1)\}$

$(4,2)\in fog\ ,\ (4,1)\in gof\quad (a,b)=?$

$a\to 3\to 2$ ⇒ $a=4$

$4\to 5\to 1$ ⇒ $5=b$

$(4,5)$

(۲)

$f(x)=ax+b \to f(f(x)) \Rightarrow a^2x+\underbrace{ab+b}_{b(a+1)}=4x+3 \to a=\pm 2$

$b(a+1)=3 \to a=2\ b=1$ ، $a=-2\ b=-3$

$2x+1\ ,\ -2x-3$

$g(2x+3)=3x-2$

$2x+3=t \to 2x=\frac{2t-3}{2} \to \frac{3t-9}{2}-\frac{4}{2}=\frac{3t-13}{2}$

$gof(-1)=?$

$2x+1 \to -2+1=-1$ ✓

$-2x-3 \to 2-3=-1$ ✓

$\Rightarrow \frac{3(-1)-13}{2}=\frac{-16}{2}=-8$

۲ — ۶

$f(x)=\sqrt{x+|x|}$ $\quad g(x)=\frac{1}{x^2-4x}$ $\quad D_{gof}=?$

$x=0 \to \sqrt{0}=0 \to 0$

$x>0 \to \sqrt{\ }>0$

$x<0 \to \sqrt{\ } \to 0=0$

$D_f=\mathbb{R}$

$x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$

$x=0,4$ نباشد

برای دامنه نقطه مخرج نباید صفر باشد

$* \sqrt{x+|x|}=0$

$x\leq 0$

$\Rightarrow D_{gof}=(0,+\infty)-\{8\}$

$* \sqrt{x+|x|}=4 \to x+|x|=16$

$x=8$

۲ — ۷

$f(x)=\sqrt{1-x^2} \to 1-x^2\geq 0 \to 1\geq x^2 \to -1\leq x\leq 1$

$g(x)=\sqrt{x} \to x\geq 0$

$D_{(f+g)of}=1\geq x\geq 0 \to =(0,1)$

$0\leq \sqrt{1-x^2}\leq 1 \to x^2\geq 0$ ✓

$D_{(f+g)of}=[-1,1]$

۱٫۲۵ — ۸

الف) $\frac{3x+1}{x-2}=t \to 3x+1=tx-2t \to x(3-t)=\frac{-1-2t}{-(3-t)} \Rightarrow x=\frac{1+2t}{t-3}$ $\quad 2t+1$

$\to 4x+5 \Rightarrow \frac{4-8t}{t-3}+5 \Rightarrow \frac{4-8x}{x-3}+5$ $\quad 8x+4$

ب) $f(\underbrace{x+\frac{1}{x}}_{t})=x^3+\frac{1}{x^3} \to (x+\frac{1}{x})^3=x^3+3x+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^3} \Rightarrow x^3+\frac{1}{x^3}+3(\underbrace{x+\frac{1}{x}}_{t})$

برای تساوی نیاز به: $x^3+\frac{1}{x^3}+3(x+\frac{1}{x})-\overbrace{3(x+\frac{1}{x})}^{-3t} \to t^3-3t \Rightarrow x^3-3x$

۱٫۵ — ۹

$g(f(x))=0 \to f(x)=g(x)$ ریشه‌های

$f(x)=1\ ,\ 2\sqrt{2}=f(x)$ $\quad$ « $f(x)=x\sqrt{x}$ »

$f(x)=1 \to x=1\ ,\ f(x)=2\sqrt{2} \to x=2$

$2-1=1$

۲ — ۱۰