۶ـ اگر f و g تابع خطی باشند به گونه‌ای که $f(f(x)) = 4x+3$ و $g(2x+3) = 3x-2$ در این صورت حاصل $gof(-1)$

$f(x) = ax+b \rightarrow f(fx) = a^2x + ab + b = 4x+3 \rightarrow a = \pm 2 \rightarrow +2 \rightarrow b=1$ ، $-2 \rightarrow b=-3$

$-b+b$ ، $-b=3 \rightarrow b=-3$

$-2b+b=3 \rightarrow b=-3$

$2b+b=3 \rightarrow b=1$

$2x+1$ یا $-2x-3$

$g(x) = ax+b \rightarrow g(2x+3) \rightarrow 2ax + 3a + b = 3x-2 \rightarrow a = \frac{3}{2}$ ، $b = -\frac{13}{2}$ ، $\frac{9}{2} + b = -\frac{4}{2}$ ، $\frac{3}{2}x - \frac{13}{2}$

$gof(-1) \rightarrow +2(-1)+1 = (-1)$ یا $-2(-1)-3 = (-1) \rightarrow g(-1) = -\frac{3}{2} - \frac{13}{2} = -\frac{16}{2} = -8$

۷ـ اگر $f(x) = \sqrt{x+|x|}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-4x}$ باشد دامنه gof ؟

$f(x) \rightarrow [0,+\infty)$ برد

$gof \rightarrow \frac{1}{t^2-4t} \rightarrow \frac{1}{t(t-4)} \rightarrow$ دامنه $t \neq 0 \rightarrow \sqrt{x+|x|} \neq 0 \rightarrow x+|x| \neq 0 \rightarrow x \neq (-)$ ، $x \neq 0$

$t \neq 4 \rightarrow \sqrt{x+|x|} \neq 4 \rightarrow x+|x| \neq 16 \rightarrow x \neq 8$

$D_{gof} = \mathbb{R}^+ - \{8\}$

۸ـ اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ آنگاه دامنه تعریف $(f+g)of$ ؟

$[-1,1]$ ، $x \geq 0$

$f \leftarrow \sqrt{1-x^2}$

$\sqrt{x} + \sqrt{1-x^2} \rightarrow$ به جای x ، برد $f \rightarrow [0,1] \rightarrow$ برد دامنه $g(x)$ با $f(x)$ منافاتی ندارد $\rightarrow$ کل دامنه $f(x)$ اساس می‌شود

$D_{(f+g)of} = [-1,+1]$

۹ـ ب) $f(x+\frac{1}{x}) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ ؟ $f(x)$

$(x+\frac{1}{x})^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\frac{1}{x} + 3x$ ، $3(\frac{1}{x}+x)$

$f(x+\frac{1}{x}) = (x+\frac{1}{x})^3 - 3x$

$\rightarrow f(x) = x^3 - 3x$

الف) $f(\frac{3x+1}{x-2}) = 4x+5$

$\frac{3x+1}{x-2} = t \rightarrow 3x+1 = tx-2t$

$(3-t)x = -2t-1 \rightarrow x = \frac{-2t-1}{3-t} = \frac{2t+1}{t-3}$

جایگذاری $\frac{8t+4}{t-3} + 5 = \frac{8t+4+5t-15}{t-3} \Rightarrow \frac{13t-11}{t-3} \rightarrow \frac{13x-11}{x-3}$

۱۰ـ نمودار تابع g محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می‌کند اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد اختلاف طول نقاطی که نمودار gof محور xها را قطع می‌کند

$g \rightarrow$ در ۱ و $\sqrt{2}$ قطع می‌کند $\rightarrow (\sqrt{2},0), (1,0) \Rightarrow$

$x\sqrt{x} = 2\sqrt{2} \xrightarrow{x=} 2$

$x\sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1$

$2-1 = 1$

۱- در تابع $f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{4} & ; x\le 1\\ \sqrt{x^2+1} & ; x>1\end{cases}$ مقدار $fof(\frac{2}{3})$ کدام است؟

$\rightarrow \frac{2}{3} \rightarrow 1 \leq x \rightarrow \cot\frac{\pi \times 2}{4\times 3} = \cot\frac{\pi}{6}$

$\rightarrow = \sqrt{3} \xrightarrow{\sqrt{3}>1} \sqrt{(\sqrt{3})^2+1} = \sqrt{4} = 2$

ماهور عظیمی پور
یازدهم سه شنبه

۲- با توجه به توابع زیر مقدار خواسته شده را بدست آورید.

الف) اگر $f(\frac{1}{x}) = \frac{2x-1}{x^2}$ و $g(x) = 2\cos^2 x$ مقدار $fog(\frac{\pi}{3})$ را بدست آورید.

$f(\frac{1}{x}) = \frac{2x-1}{x^2} \xrightarrow{f(x)=?} \frac{1}{x} = t \rightarrow 1 = xt \rightarrow x = \frac{1}{t}$ جایگذاری $\rightarrow \frac{\frac{2}{t}-1}{\frac{1}{t^2}} \rightarrow \frac{\frac{2-t}{t}}{\frac{1}{t^2}} \rightarrow 2t - t^2 \rightarrow -x^2+2x$

$g(\frac{\pi}{3}) \rightarrow 2\times(\frac{1}{2})^2 \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = -(\frac{1}{2})^2+1 \rightarrow -\frac{1}{4}+1 = \frac{3}{4}$

ب) اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \frac{x}{1-x}$ مقدار $fog(\sqrt{2})$ ؟

$fog(x) = [\frac{x}{1-x}] \quad [\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}] \rightarrow [\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{-1}] \quad [\frac{\sqrt{2}+2}{-1}] \Rightarrow [-۳/۴] = -4$

۳- اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = x\sqrt{1-x^2}$ مقدار $gof(\frac{\pi}{4})$ ؟

$f(\frac{\pi}{4}) \rightarrow \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

۴- اگر $f(x) = \{(4,5),(6,5),(8,12),(10,12)\}$ و $g(x) = \{(4,6),(2,4),(6,8),(8,10)\}$ باشند حاصل مقادیر؟

الف) $fog(x)$

$4\rightarrow 6\rightarrow 5$
$2\rightarrow 4\rightarrow 5$
$6\rightarrow 8\rightarrow 12$
$8\rightarrow 10\rightarrow 12$

$\{(4,5),(2,5),(6,12),(8,12)\}$

ب) $gof(x)$

$4\rightarrow 5\rightarrow \times \quad 8\rightarrow 12\rightarrow \times$
$6\rightarrow 5\rightarrow \times \quad 10\rightarrow 12\rightarrow \times$

$\varnothing$

ج) $fof(x)$

$4\rightarrow 5\rightarrow \times$
$6\rightarrow 5\rightarrow \times$
$8\rightarrow 12\rightarrow \times$
$10\rightarrow 12\rightarrow \times$

$\varnothing$

د) $gog(x)$

$4\rightarrow 6\rightarrow 8$
$2\rightarrow 4\rightarrow 6$
$6\rightarrow 8\rightarrow 10$
$8\rightarrow 10\rightarrow \times$

$\{(4,8),(2,6),(6,10)\}$

۵- اگر $f = \{(2,1),(3,2),(4,5),(1,7)\}$ و $g = \{(1,2),(3,1),(a,3),(b,1)\}$ مفروض اند. اگر $(4,2)\in fog$ و $(4,1)\in gof$ باشند مقدار (a,b) ؟

$fog \rightarrow 1\rightarrow 2\rightarrow 1 \quad a\rightarrow 3\rightarrow 2$
$3\rightarrow 1\rightarrow 7 \quad b\rightarrow 1\rightarrow 7$
$(4,2)\rightarrow a=4$

$gof\rightarrow$
$2\rightarrow 1\rightarrow 2 \quad 4\rightarrow 5\rightarrow \bigcirc$
$3\rightarrow 2\rightarrow \bigcirc \quad 1\rightarrow 7\rightarrow \bigcirc$
$4,1 \rightarrow b=5$

$\rightarrow (a,b) = (4,5)$