(۱۹)

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۹ ..... کلاس یازدهم تجربی .....

۱

$$f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{۴} & x\le ۱\\ \sqrt{x^۲+۱} & x>۱\end{cases}$$

$fof(\frac{۲}{۳})=?$ $\quad f(\frac{۲}{۳})\Rightarrow \cot\frac{\pi}{۶}\frac{۲}{۴}=\cot\frac{\pi}{۷}=\sqrt{۳}$

$f(\sqrt{۳})\Rightarrow \sqrt{(\sqrt{۳})^۲+۱}=\sqrt{۴}=۲$ $\quad fof(\frac{۲}{۳})=\boxed{۲}$ (۲)

۲

الف) $f(\frac{۱}{x})=\sqrt{\frac{۲x-۱}{x^۲}}$

$g(x)=۲\cos^۲x\longrightarrow g(\frac{\pi}{۳})=۲(\frac{\pi}{۳})^۲=\frac{۱}{۲}$ $\quad \frac{۱}{x}=\frac{۱}{۲}\ x=۲\ f(۲)=۶$

$\frac{\sqrt{۲\times۲-۱}}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\quad fog(\frac{\pi}{۳})=\boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ (۲)

۳

ب) $f(x)=[x]$

$g(x)=\frac{x}{۱-x}\longrightarrow g(\sqrt{۲})=\frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}\times\frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}+۲}{-۱}=-۲-\sqrt{۲}$

$f(-۲-\sqrt{۲})=[-۲-\sqrt{۲}]\simeq -۴$

$fog(\sqrt{۲})\neq\boxed{-۴}$ (۲)

۴

$f(x)=\sin x$

$g(x)=x\sqrt{۱-x^۲}$

$gof(\frac{\pi}{۴})\longrightarrow f(\frac{\pi}{۴})=\sin\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ $\quad g(\frac{\sqrt{۲}}{۲})=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{۱-(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{۱}{۲}$ (۲)

$gof(\frac{\pi}{۴})=\boxed{\frac{۱}{۲}}$

۵

$f(x)=\{(۲,۵),(۷,۵),(۸,۱۲),(۱۰,۱۲)\}$ $\quad g(x)=\{(۲,۷),(۲,۴),(۷,۸),(۸,۱۰)\}$

الف) $fog(x)$ $\quad ۴\xrightarrow{g(x)}۷\xrightarrow{f(x)}۵$ $\quad ۲\longrightarrow۴\longrightarrow۵$ $\quad ۷\longrightarrow۸\longrightarrow۱۲$ $\quad ۸\longrightarrow۱۰\longrightarrow۱۲$

$=[(۴,۵),(۲,۵),(۷,۱۲),(۸,۱۲)]$ (۲)

ب) $gof(x)=۴\xrightarrow{f(x)}۵$ $\quad ۷\longrightarrow۵$ $\quad ۸\longrightarrow۱۲$ $\quad ۱۰\longrightarrow۱۲$ ∅

ج) $fof(x)=۴\xrightarrow{f(x)}۵$ $\quad ۷\longrightarrow۵$ $\quad ۸\longrightarrow۱۲$ $\quad ۱۰\longrightarrow۱۲$ ∅

د) $gog(x)=۴\xrightarrow{g(x)}۷\xrightarrow{g(x)}۸$ $\quad ۴\longrightarrow۴\longrightarrow۷$ $\quad ۷\longrightarrow۸\longrightarrow۱۰$ $\quad ۸\longrightarrow۱۰$ ✗

$=[(۴,۸),(۲,۷),(۷,۱۰)]$

۶

$f=\{(۲,۱),(۴,۲),(۶,۵),(۱,۷)\}$ $\quad g(x)=\{(۱,۲),(۳,۱),(a,۳),(b,۱)\}$

$fog\Rightarrow ۱\xrightarrow{g(x)}۲\xrightarrow{f(x)}۱$ $\quad ۳\longrightarrow۱\xrightarrow{f(x)}۷$ $\quad a\longrightarrow۳\longrightarrow۲$ $\quad b\longrightarrow۱\longrightarrow۷$

$(a,۲)\in(۴,۲)\longrightarrow a=۴$ (۲)

$gof\Rightarrow ۲\xrightarrow{f(x)}۱\xrightarrow{g(x)}۲$ $\quad ۳\longrightarrow۲$ ✗ $\quad ۴\longrightarrow۵\longrightarrow۱$ $\quad ۱\longrightarrow۷$ ✗

$(b,۱)=(۵,۱)\longrightarrow b=۵$

$(a,b)=\boxed{(۴,۵)}$

$f(f(x)) \Rightarrow a(ax+b)+b=4x+3$ $\quad a^2x+b(a+1)=4x+3$ ($a^2=4$, $b(a+1)=3$) $\to a=2$ یا -2 $a=2 \to 2x+1$ $a=-2 \to -2x-3$ $g(2x+3)=3x-1 \xrightarrow{2x+3=t} g(t)=\frac{3t-13}{2}$ $gof(-1) \to 2(-1)+1=-1 \quad g(-1)=\frac{3(-1)-13}{2}=\frac{-16}{2}=-8$ $\to -2(-1)-3=-1 \quad g(-1)=\frac{3(-1)-13}{2}=-8$ $gof(-1)=\boxed{-8}$ (۲)	۶
$f(x)=\sqrt{x+\|x\|}$ $g(x)=\frac{1}{x^2-4x} \longrightarrow D_{gof}=\{x\in D_f , f(x)\in D_g\}$ $D_f=\mathbb{R}$ $D_g= x\neq 0,4$ $D_{gof}=\{\mathbb{R}, \sqrt{x+\|x\|}\neq[0,4]\} \Rightarrow D_{gof}=\mathbb{R}-[0,4]$ $\sqrt{x+\|x\|}\neq 0 \to x>0$ $\sqrt{x+\|x\|}\neq 4 \to x\neq 8$ $\to D_{gof}=(0,+\infty)-\{8\}$ (۱)	۷
$f(x)=\sqrt{1-x^2} \quad g(x)=\sqrt{x}$ $(f+g)of \to [0,1] \cup (\sqrt{1-x^2}) = \boxed{[-1,1]}$ $-1\leq x\leq 1$ $\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x}$ $-1\leq x\leq 1 \quad x\geq 0 \xrightarrow{\cap} [0,1]$ (۲)	۸
الف) $f\left(\frac{3x+1}{x-2}\right)=4x+5 \quad \frac{3x+1}{x-2}=t \quad tx-2t=3x+1 \quad x(t-3)=2t+1$ $x=\frac{2t+1}{t-3} \quad f(t)=4\times\frac{2t+1}{t-3}+5 \to \frac{8t+4+5t-15}{t-3}=\frac{13t-11}{t-3}$ $f(x)=\frac{13x-11}{x-3}$ ب) $f(x+\frac{1}{x})=x^3+\frac{1}{x^3} \quad x+\frac{1}{x}=t \quad t^3=x^3+\frac{1}{x^3}+3(x+\frac{1}{x})$ $f(t)=t^3-3x-\frac{3}{x}=f\ t^3-3t \quad f(x)=x^3-3x$ (۲)	۹
$g(1)=0 \quad g(2\sqrt{2})=0$ برخورد با محورها $\longrightarrow g(f(x))=0 \quad f(x)=1$ یا $f(x)=2\sqrt{2}$ ۱ یا $2\sqrt{2}$ $x\sqrt{x}=1 \; \boxed{x=1} \quad x\sqrt{x}=2\sqrt{2} \; \boxed{x=2}$ $x_2-x_1=2-1=\boxed{1}$ (۲)	۱۰