۱۹

هلیا عقاری

① $f(f(\frac{۲}{۳})) \Rightarrow f(\frac{۲}{۳}) = \cot \frac{\pi \times \frac{\cancel{۲}}{۳}}{\frac{\cancel{۴}\,۲}{۱}} = \pi \times \frac{۱}{۶} = \frac{\pi}{۶} = c\sqrt{۳}$

$f(\sqrt{۳}) = \sqrt{(\sqrt{۳})^۲+۱} = \sqrt{۳+۱} = \boxed{۲}$ ۲

② الف) $f(g(\frac{\pi}{۳})) \Rightarrow g(\frac{\pi}{۳}) = ۲\cos^۳ \cancel{\sqrt{۳}}\frac{\pi}{۳} = ۲\times(\frac{۱}{۲})^۳ = \boxed{\frac{۱}{۴}}$

$f(\frac{۱}{۲})$ $\frac{۱}{x} = \frac{۱}{۲} \to x=۲ \Rightarrow f(\frac{۱}{۲}) \overset{x=۲}{\Rightarrow} \sqrt{\frac{۳}{۴}} = \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ ۲

ب) ~~f~~ $f(g(\sqrt{۲})) \to g(\sqrt{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}} \simeq \frac{۱,۴}{-۰,۴}$

$-۴ < -\frac{۱,۴}{۰,۴} < -۳ \Rightarrow f(-\frac{۱,۴}{۰,۴}) = [-\frac{۱,۴}{۰,۴}] = \boxed{-۴}$

③ $g(f(\frac{\pi}{۴})) \Rightarrow f(\frac{\pi}{۴}) = \sin\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$g(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \sqrt{۱-\cancel{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲}}_{\frac{۱}{۲}} = \frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{۲} \times \frac{۱}{\cancel{\sqrt{۲}}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$ ۲

④ الف) $f(g(x)) = \{(۹,۵)(۴,۵)(۲,۵)(۸,۱۲)\}$

ب) $g(f(x)) = \emptyset$

ج) $\emptyset$ $f \circ f = \emptyset$ ۲

د) $g(g(x)) = \{(۴,۸)(۲,۹)(۹,۱۰)\}$

$f(۳) = ۲$

$f(g(x)) = (۴, ۲) \to f(۳, ۲)$ ⑤

$g(x) = ۳ \to x = ۴ \to \boxed{a = ۴}$ ۲)

$f \in \quad g(f(x)) = (۴, ۱) \to$

$g(۴) = ۵ \qquad g(\;) = ۱$

$f(b) = ۱ \Rightarrow \boxed{b = ۵} \qquad \boxed{(۴, ۵)}$

۸

۱,۵

$$\begin{cases} x \in D_f \\ f \in D_{(f+g)} \end{cases} \Rightarrow \quad D_f = 1 - x^۲ \geq ۰ \quad x^۲ \leq ۱ \quad -۱ \leq x \leq ۱ \ \star$$

$$\Rightarrow D_{(f+g)} = ۰ \leq x \leq ۱ \ \star\star$$

$$\star \cap \star\star \longrightarrow [۰ , ۱] \qquad ۰ \leq \sqrt{۱ - x^۲} \leq ۱ \rightarrow x^۲ \geq ۰$$

$$f\left(\frac{۳x+۱}{x-۲}\right) = ۴x+۵ \rightarrow \frac{۳x+۱}{x-۲} = t \qquad D(f \circ g) f = [-۱,۱]$$

۹

$$۳x+۱ = tx - ۲t \quad (۳-t)x = -(۲t+۱) \Rightarrow x = \frac{-۲t-۱}{~~۳~~-t}$$

$$f(t) = \left(۴ \times \frac{-(۲t+۱)}{۳-t}\right) + ۵ \Rightarrow \boxed{f(x) = + \frac{۴(۲x+۱)}{\cancel{۳-x}} + ۵}$$

$$x - ۳$$

۱,۵

$$ب) \ f\left(x + \frac{۱}{x}\right) = x^۳ + \frac{۱}{x^۳} \rightarrow x + \frac{۱}{x} = t$$

$$t^۳ = x^۳ + \cancel{۳} \frac{۱}{x^۳} + ۳\left(x + \frac{۱}{x}\right)(۱)$$

✓

$$f(t) = t^۳ - ۳t \rightarrow f(x) = x^۳ - ۳x$$

۱۵ تابع g به ازای ۱ و ۲√۲ صفر می‌شود ، پس باید f(x) را برابر این دو مقدار قرار دهیم تا g∘f صفر شود .

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = ۲\sqrt{۲} \rightarrow x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \rightarrow x = ۲ \\ f(x) = ۱ \rightarrow x\sqrt{x} = ۱ \rightarrow x = ۱ \end{array}\right\} \ \boxed{۲ - ۱ = ۱}$$

۲

(۶)

$f(x)=-۱$ $ax+b$

$a(ax+b)+b=۴x+۳$

(۲)

$a^{۲}x+ab+b=۴x+۳$

$a^{۲}=۴ \rightarrow a \pm ۲$

$ab+b=۳$

اگر $a=-۲$ ← $b=-۳$

اگر $a=۲$ ← $b=۱$

$y=-۲x-۳$ یا $y=۲x+۱$

که به ازای (۱−) هردو مقدار (۱−) را میدهند.

$\Rightarrow f(-۱)=-۱ \rightarrow g(-۱)=۲x+۳=-۱$

$۲x=-۴ \rightarrow \boxed{x=-۲}$

$g(-۱)=۳(-۲)-۲=-۶-۲=-۸$

$\boxed{g(f(-۱))=-۸}$

(۷)

$\begin{cases} x \in D_f \xrightarrow{} R \\ و \\ f(x) \in D_g \end{cases} \Rightarrow$

$x+|x| \geq ۰$

$|x| \geq -x$ ✓ همواره برقرار

(۲)

$D_g = x^{۲}-۴x \neq ۰$

$x^{۲} \neq ۴x \rightarrow x \neq ۴$ و $x \neq ۰$

~~$D_{gof}=R-\{۰,۴\}$~~

$\sqrt{x+|x|} \neq ۴$

$x+|x| \neq ۱۶ \Rightarrow x \neq ۸$

$\sqrt{x+|x|} \neq ۰ \rightarrow x>۰$

$\Rightarrow [۰,+\infty)-\{۸\}$

$D_{gof} \Rightarrow$ ~~R~~ $-$